Das Pendeln
bei Gleichstrommotoren mit Wendepolen.

Von der

Königl. Technischen Hochschule zu München

zur Erlangung der Würde eines

Doktors der technischen Wissenschaften
(Doktor-Ingenieurs)

genehmigte Dissertation.

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Von

Karl Humburg,
Diplom-Ingenieur.

Referent: Professor Johann Ossanna,
Korreferent: Professor Leo Kadrnozka.

Verlagsbuchhandlung von Julius Springer in Berlin.
1912

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546317_0056

Vorwort.

Die Versuche zur vorliegenden Arbeit wurden im Elektrotechnischen Institut der Kgl. Technischen Hochschule München durchgeführt. Für die Überlassung der Hilfsmittel dieses Instituts sowie für das jederzeit bekundete wohlwollende Interesse an der Durchführung der Arbeit bin ich meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Ossanna, zu großem Dank verpflichtet, den ich auch an dieser Stelle zum Ausdruck bringen möchte.

München, im Dezember 1911.

Karl Humburg.

Inhaltsübersicht.

Seite

Einleitung 1

A. Theorie 2
1. Die Differentialgleichungen des Pendelns. 2
2. Diskussion der Pendelgleichungen. 8
Dämpfung 9
Periodenzahl der Pendelungen 20
3. Vektordiagramm 22
4. Einfluß der Arbeitsmaschine auf das Pendeln des Motors . . 28
a) Kreiselpumpen und Ventilatoren. 28
b) Synchrone Wechselstromgeneratoren 32
c) Gleichstromgeneratoren 34
5. Einfluß der Kommutierungsströme auf das Pendeln 38

B. Versuche 55
1. Versuche an einem frei kommutierenden Motor 56
2. Versuche an einem Wendepolmotor 70

Verzeichnis der Bezeichnungen 78

Bald nach der Einführung der Wendepole in den Dynamobau beobachteten verschiedene Konstrukteure bei Nebenschlußmotoren mit Wendepolen langsame Schwingungen des Ankerstroms, des Erregerstroms und der Tourenzahl. Die Periodendauer lag meist zwischen 1 und 5 Sekunden. Solange diese Schwingungen stark gedämpft sind, sind sie bedeutungslos. Wird die Dämpfung so gering, daß die Schwingungen nach einem kräftigen einleitenden Belastungsstoß mehrere Sekunden lang deutlich zu beobachten sind, dann können sie im Betriebe schon unangenehm sein. Oft aber ist der Dämpfungsfaktor sogar negativ, d. h. die einmal eingeleiteten Schwingungen werden mit der Zeit immer stärker, so daß der Motor abgeschaltet werden muß.

Diese Erscheinung wurde zunächst sehr verschieden erklärt[1]). Daß die wesentliche Bedingung für das „Pendeln" eine starke Schwächung des Hauptfeldes durch den Ankerstrom ist, und daß diese Schwächung prozentual größer sein muß als der Spannungsverlust durch den Ohmschen Widerstand des Ankers, darauf hat zuerst K. W. Wagner[2]) hingewiesen. Die von Wagner entwickelte Theorie vernachlässigt aber die dämpfende Wirkung der Erregerwicklung; deshalb sind die zahlenmäßigen Resultate seiner Formeln mit den Beobachtungen nicht in Einklang zu bringen. Auch der Einfluß der Kurzschlußströme unter den Bürsten ist in der Wagnerschen Arbeit nicht berücksichtigt. Gerade die Kurzschlußströme erklären aber die Tatsache, daß das Pendeln bei Wendepolmotoren so häufig, bei Motoren ohne Wendepole dagegen fast nie beobachtet wird.[3])

---

[1]) Breslauer, ETZ. 1905, S. 644; Pohl, ETZ. 1905, S. 959 und ETZ. 1906, S. 1009; Siebert, Pendelerscheinungen an Gleichstrommaschinen mit Hilfspolen, ETZ. 1906, S. 523.

[2]) K. W. Wagner, Unstabile Betriebszustände bei Gleichstrommaschinen, ETZ. 1907, S. 286.

[3]) Während der Drucklegung der vorliegenden Arbeit erhielt ich Kenntnis von einem Aufsatz Dr. Rosenbergs über das Pendeln von Gleichstrom-Wendepol-Motoren (The Electrician, 4. Aug. 1911), worin vor allem der Einfluß der Kommutierungsströme besprochen wird; die dämpfende Wirkung der Erregerwicklung wird auch hier vernachlässigt.

In der vorliegenden Arbeit soll die Theorie dieser Pendelerscheinungen unter Berücksichtigung der eben genannten Einflüsse entwickelt werden; die gewonnenen Resultate werden durch Versuchsergebnisse belegt werden.

A. Theorie.

1. Die Differentialgleichungen des Pendelns.

Um das Problem zunächst in seiner einfachsten Gestalt zu behandeln, seien alle Wirkungen der Kurzschlußströme unter den Bürsten, also besonders die magnetische Rückwirkung dieser Ströme auf das Hauptfeld, vorläufig vernachlässigt. Ferner sei angenommen, daß von dem Motor ein konstantes, von der Tourenzahl unabhängiges Drehmoment verlangt werde. Der Motor sei entweder ein reiner Nebenschlußmotor, oder er trage eine Kompoundwicklung, die feldverstärkend oder feldschwächend geschaltet sein möge.

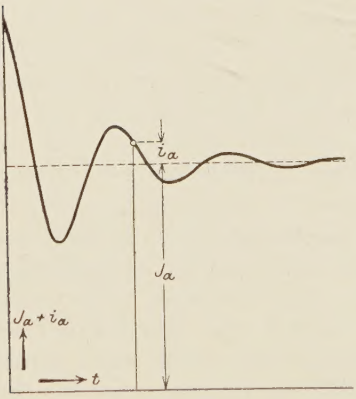

Fig. 1.

Ein stationärer, schwingungsfreier Betrieb des Motors ist theoretisch jedenfalls möglich. Die diesem Betrieb entsprechenden Werte der Stromstärke in Anker- und Nebenschlußwicklung, des Feldes und der Tourenzahl sollen mit großen Buchstaben bezeichnet werden, die Abweichungen von diesen Werten mit kleinen Buchstaben (siehe Fig. 1). Es sei also

J_a der Ankerstrom bei schwingungsfreiem Betrieb.

$J_a + i_a$ der Momentanwert des Ankerstroms während des Pendelns.

J_n der Strom in der Nebenschlußwicklung bei schwingungsfreiem Betrieb.

$J_n + i_n$ der Momentanwert des Stromes in der Nebenschlußwicklung während des Pendelns.

Φ das Feld eines Poles (genommen zwischen zwei Kommutierungszonen) bei schwingungsfreiem Betrieb.

$\Phi + \varphi$ der Momentanwert des Feldes während des Pendelns.

Ω die Winkelgeschwindigkeit des Ankers bei schwingungsfreiem Betrieb.

$\Omega + \omega$ der Momentanwert der Winkelgeschwindigkeit während des Pendelns.

Ferner sei

Δ_a die dem Ankerstromkreis (einschließlich Zuleitung) zugeführte Spannung.

Δ_n die dem Nebenschlußstromkreis (einschließlich Vorschaltwiderstand) zugeführte Spannung.

r_a der Widerstand des Ankerstromkreises (einschließlich aller mit dem Anker in Serie geschalteten Wicklungen, sowie der Zuleitung).

r_n der Widerstand der Nebenschlußwicklung (einschließlich Vorschaltwiderstand).

L_a der Selbstinduktionskoeffizient (die Induktanz) des mit dem Hauptfeld nicht verketteten Teiles der Ankerwicklung.

w_n die effektive Zahl der Verkettungen zwischen der Nebenschlußwicklung und dem Feld Φ. Ist $2p$ die Polzahl, $\mathfrak{w}_n$ die Windungszahl der Nebenschlußwicklung pro Pol, σ der Streuungskoeffizient der Hauptpole, so ist $w_n = 2p\,\mathfrak{w}_n\,(1+\sigma)$.

w_c die effektive Zahl der Verkettungen zwischen dem Ankerstromkreis und dem Feld Φ. Stehen die Bürsten in der neutralen Zone und ist $\mathfrak{w}_c$ die Windungszahl der Kompoundwicklung pro Pol, so ist

$$w_c = 2p\,\mathfrak{w}_c\,(1+\sigma).$$

c_n der Einfluß [1]) des Stromes J_n auf das Feld Φ.

$-c_a$ der Einfluß des Stromes J_a auf das Feld Φ.

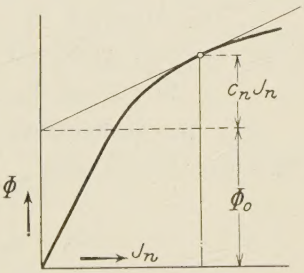

Fig. 2.

[1]) Unter dem „Einfluß einer Größe A auf eine Größe B" verstehe ich den partiellen Differentialquotienten $\frac{\partial B}{\partial A}$ (vergl. Fig. 2).

$L_n = c_n w_n$ der Selbstinduktionskoeffizient (die Induktanz) der Nebenschlußwicklung.

$s \cdot b$ die gesamte Leiterzahl der Ankerwicklung.

$2a$ die Zahl der parallelen Stromzweige im Anker.

$2p$ die Polzahl.

$$k = \frac{s \cdot b \cdot p}{2a \cdot \pi}$$

D das von dem Motor verlangte Drehmoment.

Θ das Trägheitsmoment des Ankers einschließlich aller mit dem Anker direkt oder indirekt gekuppelten Massen.

t die Zeit.

Als Maß sei überall die CGS-Einheit gewählt.

Diese Größen sind miteinander verknüpft durch die folgenden 4 Gleichungen:

1. Der Ausdruck für das Gleichgewicht der Drehmomente am rotierenden Teil:

$$D + \Theta \frac{d\omega}{dt} = k\,(\Phi + \varphi)\,(J_a + i_a) \qquad (1)$$

2. Der Ausdruck für das Gleichgewicht der elektromotorischen Kräfte in der Ankerwicklung:

$$\Delta_a - r_a\,(J_a + i_a) - k\,(\Phi + \varphi)\,(\Omega + \omega) - \\ - L_a \frac{di_a}{dt} - w_c \frac{d\varphi}{dt} = 0 \qquad (2)$$

3. Der Ausdruck für das Gleichgewicht der elektromotorischen Kräfte in der Nebenschlußwicklung:

$$\Delta_n - r_n\,(J_n + i_n) - w_n \frac{d\varphi}{dt} = 0 \qquad (3)$$

4. Der Ausdruck für den Zusammenhang des magnetischen Feldes mit den erzeugenden Amperewindungen:

$$\Phi + \varphi = \Phi_0 + c_n\,(J_n + i_n) - c_a\,(J_a + i_a) \qquad (4)$$

Für den stationären, schwingungsfreien Betrieb gelten die folgenden Gleichungen:

$$D = k\,\Phi\,J_a \qquad (1\,a)$$

$$\Delta_a - r_a\,J_a - k\,\Phi\,\Omega = 0 \qquad (2\,a)$$

$$\Delta_n - r_n\,J_n = 0 \qquad (3\,a)$$

$$\Phi = \Phi_0 + c_n\,J_n - c_a\,J_a \qquad (4\,a)$$

Subtrahiert man diese Gleichungen von den allgemeinen Gleichungen 1—4, so fallen aus diesen alle konstanten Glieder fort und man erhält:

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = k \Phi i_a + k J_a \varphi + k \varphi i_a \qquad (1b)$$

$$r_a i_a + k \Phi \omega + k \Omega \varphi + k \varphi \omega + L_a \frac{di_a}{dt} + w_c \frac{d\varphi}{dt} = 0 \qquad (2b)$$

$$r_n i_n + w_n \frac{d\varphi}{dt} = 0 \qquad (3b)$$

$$\varphi = c_n i_n - c_a i_a \qquad (4b)$$

Diese Gleichungen sind nur dann einfach lösbar, wenn man sich auf kleine Schwingungen beschränkt; dann können nämlich die Produkte der kleinen Größen φ, ω und i_a, $k \varphi i_a$ und $k \varphi \omega$, gegen $k \Phi i_a$ und $k \Phi \omega$ vernachlässigt werden und man erhält ein System von linearen Differentialgleichungen. Die Beschränkung auf kleine Schwingungen war auch bei der Entwicklung der Gleichung 4 schon stillschweigend vorausgesetzt; denn dort wurde die Funktion $\Phi + \varphi = f(J_n + i_n, J_a + i_a)$ als Taylorsche Reihe angeschrieben und diese Reihe nach den linearen Gliedern abgebrochen.

Die Gleichung 2 b enthält jetzt noch zwei Glieder, die gegenüber den anderen stets klein sind, und deren Vernachlässigung eine bedeutende Vereinfachung der Rechnung bedingt, nämlich die Glieder $L_a \frac{di_a}{dt}$ und $w_c \frac{d\varphi}{dt}$. Um die Größenordnung dieser Glieder beurteilen zu können, betrachte ich den Fall, daß die Bürsten in der neutralen Zone stehen und die Pendelungen ungedämpft sind. Die Periodenzahl der Pendelungen sei ν_p, die Periodenzahl der Ankerummagnetisierung sei ν. In diesem Fall ist φ durch eine Sinusfunktion darzustellen:

$$\varphi = \varphi_0 \cdot \sin 2 \pi \nu_p t.$$

Dann ist

$$w_c \frac{d\varphi}{dt} = 2 p w_c (1 + \sigma) \cdot 2 \pi \nu_p \cdot \varphi_0 \cdot \cos 2 \pi \nu_p t$$

und

$$k\,\Omega\,\varphi = \frac{s \cdot b}{2\,a} \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \frac{2\,\pi\,\nu}{p}\,\varphi_0 \cdot \sin 2\,\pi\,\nu_p\,t$$

Das Verhältnis der Maximalwerte dieser beiden Glieder ist also

$$\left(w_c \frac{d\varphi}{dt}\right)_{max} : (k\,\Omega\,\varphi)_{max} = \frac{\nu_p}{\nu}(1+\sigma)\frac{\pi}{2}\,\frac{w_c}{\frac{s \cdot b}{8\,a\,p}}$$

$\frac{w_c}{\frac{s\,b}{8\,a\,p}}$ ist das Verhältnis der kompoundierenden Amperewindungen zu den Ankeramperewindungen; ist dieses Verhältnis groß, so sind die Pendelungen sehr stark gedämpft, wie sich später zeigen wird. Für die Theorie des Pendelns ist es also zulässig, sich auf die Fälle zu beschränken, wo $\frac{w_c}{\frac{s\,b}{8\,a\,p}} < \frac{1}{2}$ ist; dann ist aber jedenfalls

$$\frac{\left(w_c \frac{d\varphi}{dt}\right)_{max}}{(k\,\Omega\,\varphi)_{max}} < \frac{\nu_p}{\nu}$$

und dieses Verhältnis dürfte kaum jemals $> {}^1/_{50}$ sein.

Daß das Glied $L_a \frac{di_a}{dt}$, bzw. sein Maximalwert $L_a \cdot 2\,\pi\,\nu_p \cdot i_{a0}$ klein ist gegen $r_a\,i_a$ (bzw. $r_a\,i_{a0}$), erkennt man am besten durch den Vergleich mit einer Wechselstrommaschine, wo bei $\nu = 50$ $L_a \cdot 2\,\pi\,\nu \cdot i_{a0}$ etwa das 5 fache von $r_a\,i_{a0}$ zu sein pflegt. Bei den hier in Betracht kommenden Periodenzahlen ν_p = ca. 0,5 dürfte also $\left(L_a \frac{di_a}{dt}\right)_{max}$ im allgemeinen ca. 5 % von $(r_a\,i_a)_{max}$ betragen und kann somit vernachlässigt werden.

Mit diesen Vernachlässigungen erhalte ich die folgenden vereinfachten Gleichungen:

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = k\,\Phi\,i_a + k\,J_a\,\varphi \qquad (1\,c)$$

$$r_a\,i_a + k\,\Phi\,\omega + k\,\Omega\,\varphi = 0 \qquad (2\,c)$$

$$r_n i_n + \frac{L_n}{c_n}\frac{d\varphi}{dt} = 0 \qquad (3c)$$

$$\varphi = c_n i_n - c_a i_a \qquad (4c)$$

In Gleichung 3 c habe ich hier die Induktanz der Nebenschlußwicklung $L_n = c_n w_n$ eingeführt.

Aus diesen 4 Gleichungen läßt sich in bekannter Weise für jede der vier abhängigen Variabeln (ω, φ, i_a und i_n) eine lineare Differentialgleichung entwickeln, aus der die übrigen Größen eliminiert sind. Ich eliminiere z. B. i_n mit Hilfe der Gleichung 3 c, φ mit Hilfe von 2 c, und i_a mit Hilfe von 1 c, und erhalte nach einigen Umformungen:

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \left\{\frac{r_n}{L_n}\cdot\frac{r_a - c_a k\,\Omega}{r_a} + \frac{k^2\Phi^2}{\Theta\, r_a}\right\}\frac{d\omega}{dt} + \left\{\frac{r_n}{L_n}\cdot\frac{k^2\,\Phi\,(\Phi - c_a J_a)}{\Theta\, r_a}\right\}\omega = 0 \qquad (5)$$

Setze ich

$$\frac{r_n}{L_n}\cdot\frac{r_a - c_a k\,\Omega}{r_a} + \frac{k^2\Phi^2}{\Theta\, r_a} = a_1 \qquad (6)$$

und

$$\frac{r_n}{L_n}\cdot\frac{k^2\,\Phi\,(\Phi - c_a J_a)}{\Theta\, r_a} = a_2\,, \qquad (7)$$

dann erhalte ich:

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + a_1\frac{d\omega}{dt} + a_2\,\omega = 0 \qquad (5a)$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ist bekanntlich:

$$\omega = \omega_0 \cdot e^{pt} \cdot \sin(q\,t - \alpha)$$

Da über den Anfang der Zeitzählung noch nicht verfügt ist, kann ich $\alpha = 0$ setzen und erhalte dann als Lösung der Differentialgleichung 5:

$$\omega = \omega_0 \cdot e^{pt} \cdot \sin q\,t \qquad (8)$$

Dabei sind $p \pm i\,q$ die Wurzeln der Gleichung

$$(p \pm i\,q)^2 + a_1\,(p \pm i\,q) + a_2 = 0, \qquad (9)$$

es ist also:

$$p \pm i\,q = -\frac{a_1}{2} \pm i\sqrt{a_2 - \frac{a_1^2}{4}}$$

oder:

$$p = -\frac{a_1}{2} \tag{10}$$

$$q = \sqrt{a_2 - \frac{a_1^2}{4}} \tag{11}$$

Erhält man aus dieser Gleichung für q einen imaginären Wert, so wird man die Lösung der Gleichung 5 besser in der reinen Exponentialform als in der Form der Gleichung 8 anschreiben (siehe S. 22); doch ist dieser Fall von geringerem Interesse.

2. Diskussion der Pendelgleichungen.

Durch Gleichung 8 ist der zeitliche Verlauf der Winkelgeschwindigkeit vollkommen bestimmt: die Winkelgeschwindigkeit $\Omega + \omega$ schwingt mit der Periodenzahl $\nu_p = \frac{q}{2\pi}$ um ihren Mittelwert Ω und die maximalen Abweichungen von diesem

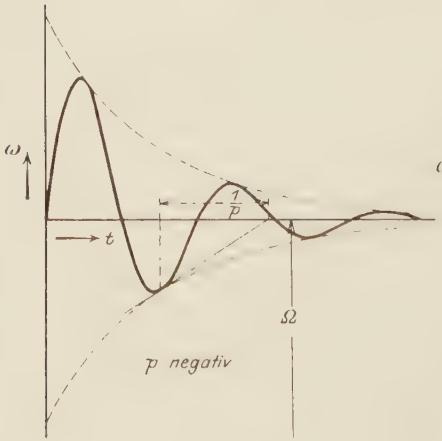

Fig. 3.

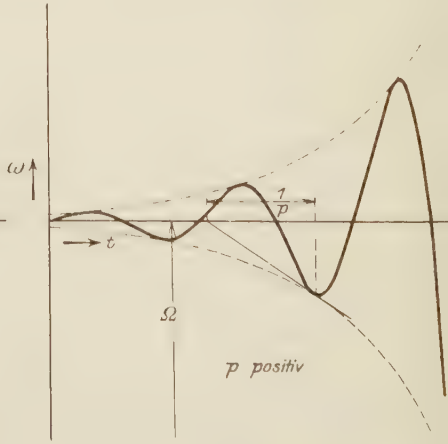

Fig. 4.

Mittelwert ändern sich mit der Zeit nach dem Exponentialgesetz e^{pt}. Ist p negativ, dann werden die Abweichungen mit der Zeit kleiner (Fig. 3), die Pendelungen sind gedämpft, der Betrieb ist stabil. Ist dagegen p positiv, dann werden die Amplituden einer Schwingung, die durch irgend einen elektrischen oder mechanischen Stoß einmal eingeleitet wurde, mit der Zeit immer größer (Fig. 4), die Pendelungen sind also nicht gedämpft (genauer gesagt: die Dämpfung ist negativ), der Betrieb ist unstabil.

Genau denselben zeitlichen Verlauf zeigen auch der Ankerstrom $J_a = i_a$, der Nebenschlußstrom $J_n = i_n$ und das Feld $\Phi = \varphi$. Entwickelt man nämlich aus den Gleichungen 1c bis 4c die Differentialgleichung für i_a, i_n oder φ anstatt für ω, so erhält man eine Gleichung mit genau denselben Koeffizienten wie Gleichung 5. Daß dies so sein muß, ist begründet in dem rein linearen, von konstanten Gliedern freien Bau der Gleichungen 1c bis 4c. Man erhält also z. B. für i_a die Lösung:

$$i_a = i_{a0} \cdot e^{pt} \cdot \sin(q\,t - \alpha_1), \qquad (12)$$

wo wieder $p \pm i\,q$ die Wurzeln der Gleichung 9 sind. Gleichung 12 unterscheidet sich von Gleichung 8 nur durch die Integrationskonstanten i_{a0} und α_1, die durch Zurückgehen auf die ursprünglichen Gleichungen 1c bis 4c bestimmt werden können. Hieraus folgt, daß auch Ankerstrom, Nebenschlußstrom und Feld Schwingungen um ihren Mittelwert ausführen, und zwar mit derselben Periodenzahl wie die Winkelgeschwindigkeit, und daß die Abnahme oder Zunahme der Amplituden mit der Zeit nach demselben Gesetz e^{pt} erfolgt, wie bei der Winkelgeschwindigkeit. Solange es sich nur darum handelt, festzustellen, ob überhaupt Pendelungen eintreten, welches ihre Periodenzahl ist und ob sie gedämpft sind oder nicht, genügt also die Betrachtung der Winkelgeschwindigkeit allein.

Dämpfung.

Die Bedingung dafür, daß die Pendelungen gedämpft sind, ist nach dem oben Gesagten ohne weiteres aus Gleichung 6 und 10 abzulesen: die Pendelungen sind gedämpft, wenn

$$a_1 = \frac{k^2\,\Phi^2}{\Theta\,r_a} + \frac{r_a}{L_n} \cdot \frac{r_a - v_a\,k\,\Omega}{r_a} > 0 \qquad (13)$$

Diese Ungleichung ist von solcher Bedeutung für die Theorie des Pendelns, daß es sich lohnt, sie eingehend zu diskutieren.

Das erste Glied ihrer linken Seite ist seinem Wesen nach stets positiv, das zweite kann auch negativ sein. So lange das zweite Glied positiv ist, ist unter allen Umständen $a_1 > 0$; ungedämpfte Schwingungen sind also ausgeschlossen. Damit kann ich diesen Fall als erledigt betrachten. Ist dagegen, wie ich im folgenden voraussetzen will, das zweite Glied negativ, dann liegt die Gefahr des Pendelns vor und zwar um so mehr, je größer das negative zweite Glied und je kleiner das positive erste Glied wird.

Den größten Einfluß auf das Eintreten ungedämpfter Pendelungen hat demnach die Differenz $r_a - c_a k \Omega$, da sie allein von allen in der Ungleichung 13 vorkommenden Größen ihr Vorzeichen wechseln und damit zu einem negativen Wert von a_1 Veranlassung geben kann. Die physikalische Bedeutung dieses Ausdrucks $r_a - c_a k \Omega$ geht aus folgendem hervor: Nimmt der Ankerstrom um Δi_a zu, dann nimmt dadurch das Feld um $c_a \cdot \Delta i_a$ ab, die EMK der Drehung nimmt also bei konstanter Tourenzahl ab um $k \Omega c_a \cdot \Delta i_a$. Dagegen nimmt der Ohmsche Spannungsabfall zu um $r_a \cdot \Delta i_a$; die Klemmenspannung des Motors muß also, wenn die Tourenzahl konstant bleiben soll, zunehmen um $(r_a - c_a k \Omega) \cdot \Delta i_a$. Man kann demnach $r_a - c_a k \Omega$ als den Einfluß des Ankerstroms auf die für konstante Tourenzahl des Motors erforderliche Klemmenspannung bezeichnen. Dies geht auch direkt aus dem Ausdruck für die Klemmenspannung Δ_a hervor: Es ist $\Delta_a = k \Phi \Omega + r_a J_a$, folglich

$$\frac{\partial \Delta_a}{\partial J_a} = k \Omega \frac{\partial \Phi}{\partial J_a} + r_a = r_a - c_a k \Omega .$$

Ist dieser Ausdruck negativ, wird also mit wachsendem Strom die erforderliche Klemmenspannung kleiner, dann müßte bei konstanter Klemmenspannung und Tourenzahl eine einmal eingeleitete Zunahme des Ankerstroms immer stärker werden. Dieses unbegrenzte Anwachsen des Ankerstroms wird zwar noch verhindert durch zwei Erscheinungen: Erstens wird mit wachsendem Ankerstrom auch ein wachsendes Drehmoment entwickelt, der Motor beschleunigt sich also immer mehr und dadurch wird die EMK der Drehung wieder größer; zweitens wird das Feld

nicht sofort um $c_a \Delta i_a$ abnehmen, wenn der Strom um Δi_a zunimmt, denn eine Abnahme des Feldes induziert einen Strom in der Nebenschlußwicklung, der diese Abnahme verzögert. Immerhin aber geht schon aus diesen rohen Überlegungen hervor, daß tatsächlich der Ausdruck $r_a - c_a k \Omega$ von großem Einfluß auf die Stabilität des Betriebes sein muß, und daß die Gefahr des Pendelns um so näher liegt, je größer das negative Glied $c_a k \Omega$ ist.

Ein tieferer Einblick in die Vorgänge beim Pendeln läßt sich jedoch auf diesem Wege kaum gewinnen; wir kehren deshalb zur Ungleichung 13 zurück und untersuchen zunächst, welche Verhältnisse bei gegebener Motorgröße (Motortype) den Wert von a_1 beeinflussen können. Die Windungszahl des Ankers kann bei diesen Betrachtungen ausscheiden; von ihr ist a_1 unabhängig, obwohl in dem Ausdruck für a_1 die Größen r_a, k und c_a vorkommen. k und c_a sind nämlich der Windungszahl proportional, r_a dagegen dem Quadrate der Windungszahl, so daß in den Quotienten $\frac{k^2}{r_a}$ und $\frac{c_a k}{r_a}$ der Einfluß der Windungszahl wieder herausfällt. Demnach sind bei gleicher Motorgröße in Ungleichung 13 noch als veränderlich anzusehen:

$$\Phi,\ \Theta,\ r_a,\ \frac{c_a k \Omega}{r_a} \text{ und } \frac{r_n}{L_n}.$$

Das erste, stets positive Glied von a_1 ist dem Quadrat der Feldstärke proportional; eine Schwächung des Feldes bedeutet also eine starke Verkleinerung dieses Gliedes und damit eine Erhöhung der Gefahr des Pendelns. Den gleichen Einfluß hat eine Vergrößerung des Trägheitsmomentes; Motoren, die große Massen anzutreiben haben, etwa Zentrifugenmotoren, sind also mehr gefährdet als andere.

Eine Vergrößerung des Ankerwiderstandes durch Vorschaltwiderstand verringert zwar auch den Wert des ersten Gliedes von a_1; viel größer aber ist der Einfluß des Ankerwiderstandes auf das zweite Glied. Denn da $\frac{c_a k \Omega}{r_a}$ indirekt proportional mit r_a sich ändert $\left(\text{ebenso wie das erste Glied } \frac{k^2 \Phi^2}{\Theta r_a}\right)$, ändert

sich die Differenz $1 - \frac{c_a k \Omega}{r_a}$ stärker als indirekt proportional mit r_a. Eine Zunahme des Ankerwiderstandes, $\frac{c_a k \Omega}{r_a} > 1$ vorausgesetzt, verringert daher die Gefahr des Pendelns durch die Verkleinerung von $\frac{c_a k \Omega}{r_a}$, obwohl gleichzeitig auch das erste Glied von a_1 verkleinert wird. So lange sich im Ankerstromkreis Anlaß- oder sonstige Vorschaltwiderstände von erheblicher Größe befinden, ist also das Pendeln kaum zu befürchten.

Auf den Wert von $\frac{c_a k \Omega}{r_a}$ sind außerdem noch folgende Verhältnisse von Einfluß:

1. Die Tourenzahl: Bei Motoren für niedrige Tourenzahl (Ω klein) wird $\frac{c_a k \Omega}{r_a}$ selten größer als 1 werden können; die Gefahr des Pendelns besteht daher nur bei Motoren für hohe Tourenzahl.

2. Die Stärke einer etwa vorhandenen Kompoundwicklung: Durch eine Kompoundwicklung wird der Einfluß des Ankerstroms auf das Feld, also c_a, verändert. Hieraus erkennt man ein einfaches und sicheres Mittel zur Verhütung von ungedämpften Pendelungen: es ist eine Hilfskompoundwicklung, durch die c_a verkleinert wird. Motoren mit Gegenkompoundwicklung, die ausgeführt werden müssen, wenn möglichste Unabhängigkeit der Tourenzahl vom Drehmoment verlangt wird, werden aus demselben Grunde besonders leicht zum Pendeln neigen.

3. Die Bürstenstellung: Bürstenverschiebung nach rückwärts (gegen die Drehrichtung des Motors) läßt im Polzwischenraum eine Zone von Ankeramperewindungen entstehen, die ebenso wirken wie eine Gegenkompoundwicklung; dadurch wird c_a vergrößert und die Gefahr des Pendelns erhöht. Bürstenverschiebung nach vorwärts dagegen erzeugt kompoundierende Amperewindungen, verkleinert also c_a und verringert die Gefahr des Pendelns. Da die Bürstenstellung mit Rücksicht auf die Kommutierung nicht willkürlich gewählt werden kann, läßt sich hieraus ein Mittel zur Verhütung des Pendelns nicht ableiten.

4. Das Verhältnis der Ankeramperewindungen zu den Magnetamperewindungen: Die Schwächung des Feldes durch den Ankerstrom ($c_a J_a$) nimmt nicht proportional mit dem Ankerstrom J_a zu, sondern stärker. c_a ist also selbst eine Funktion des Ankerstroms und wächst mit der Zahl der Ankeramperewindungen. Ferner können die gleichen Ankeramperewindungen eine um so größere Feldschwächung erzeugen, je geringer der magnetische Widerstand ist, d. h. je kleiner die Zahl der Magnetamperewindungen ist. In beiden Fällen bedingt also eine Vergrößerung des Verhältnisses $A W_a : A W_m$ eine Vergrößerung von c_a und damit eine Erhöhung der Gefahr des Pendelns.

5. Die Sättigung: Die Rückwirkung des Ankerstroms auf das Feld ist um so stärker, je mehr sich die Induktionen dem Knie der magnetischen Charakteristik nähern. Bei stärkerer Sättigung nimmt die Rückwirkung und damit die Gefahr des Pendelns ab.

Als letzte veränderliche Größe kommt noch $\frac{L_n}{r_n}$, die „Zeitkonstante" der Erregerwicklung, in Betracht. Ihr ist das zweite, als negativ vorausgesetzte Glied von a_1 indirekt proportional; eine Zunahme von $\frac{L_n}{r_n}$ verkleinert also die Gefahr des Pendelns. $\frac{L_n}{r_n}$ ist aber abhängig von den folgenden Verhältnissen:

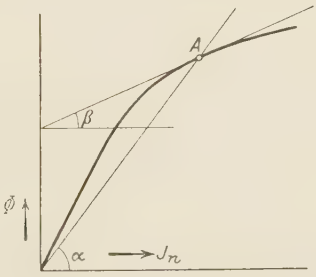

Fig. 5.

1. Von der Sättigung: Die Induktanz eines Eisen enthaltenden Kreises ist bekanntlich keine Konstante, sondern sie wird mit steigender Sättigung kleiner. Bei vollständiger Ummagnetisierung bis zum Punkt A der magnetischen Charakteristik (Fig. 5) ist die mittlere Induktanz proportional dem Quotienten $\frac{\Phi}{J_n}$, also der Tangente des Winkels α; bei kleinen Änderungen des Feldes, ausgehend vom Punkte A, ist dagegen die Induktanz proportional dem Differentialquotienten $\frac{d\Phi}{dJ_n}$, also der

Tangente des Winkels β. Diese wesentlich kleinere Induktanz ist es, die hier in Betracht kommt (vgl. auch die Definition der Induktanz auf S. 4: $L_n = c_n w_n$). Mit steigender Sättigung wird nun der Winkel β kleiner, damit nimmt also auch die Induktanz L_n ab.

2. Von dem magnetischen Widerstand: Je kleiner der magnetische Widerstand ist, eine desto größere Feldänderung kann die gleiche Stromänderung erzeugen, desto größer wird also c_n und damit L_n.

3. Vom Kupfergewicht der Nebenschlußwicklung: Vergrößerung des Kupfergewichtes bei gleicher Windungszahl bedingt eine Verkleinerung des Widerstandes r_n, während L_n ungeändert bleibt. Eine Änderung der Windungszahl bei gleichem Kupfergewicht ist dagegen ohne Einfluß auf $\frac{L_n}{r_n}$, weil sich sowohl der Widerstand als auch die Selbstinduktion mit dem Quadrat der Windungszahl ändern.

4. Vom Vorschaltwiderstand im Erregerstromkreis: Da in dem Widerstand r_n auch der Vorschaltwiderstand enthalten ist (siehe Definition auf S. 3), so kann auch durch Vergrößerung des Vorschaltwiderstandes $\frac{L_n}{r_n}$ verkleinert werden.

Man sieht also, daß eine ganze Reihe von Umständen die Größe von a_1 wesentlich zu beeinflussen vermögen. Da in vielen Fällen gleichzeitig der Einfluß aller dieser Umstände abzuwägen ist, so empfiehlt es sich, einige Fälle, in denen mehrere dieser Größen gleichzeitig geändert werden, näher zu untersuchen. Ich betrachte als den wichtigsten zunächst den Fall der Tourenregulierung durch Feldänderung, und sodann den Fall einer Belastungsänderung.

Wenn man durch Schwächung des Feldes die Tourenzahl eines Motors erhöht, dann wächst vor allem das Verhältnis der Anker-AW zu den Magnet-AW (auch bei konstanter Leistung, also abnehmendem Drehmoment), und zweitens nimmt die Sättigung ab; beides erhöht c_a. Drittens wird die Tourenzahl, also Ω, größer, so daß der Ausdruck $\frac{c_a k \Omega}{r_a}$ eine sehr starke Vergrößerung erfährt. Gleichzeitig tritt auch eine Änderung

von $\frac{L_n}{r_n}$ ein: infolge der abnehmenden Sättigung wird nämlich L_n größer; da aber bei konstanter Erregerspannung auch der Widerstand r_n vergrößert werden muß, um das Feld zu schwächen, so wird der Quotient $\frac{L_n}{r_n}$ nur eine geringe Änderung erfahren. Im ganzen wird also das negative zweite Glied von a_1 stark vergrößert. Dagegen wird das erste, positive Glied von a_1 kleiner, da es vom Quadrat des Feldes abhängt. Dies wirkt alles zusammen zu einer Verkleinerung von a_1, bedingt also eine bedeutende Erhöhung der Gefahr des Pendelns.

Auch durch stärkere Belastung wird vor allem das Verhältnis der Anker-AW zu den Magnet-AW und damit c_a vergrößert. Im übrigen treten, wenn auch in viel geringerem Maße, dieselben Änderungen ein wie bei einer Tourenerhöhung durch Feldschwächung, nämlich Verkleinerung des Feldes und Erhöhung der Tourenzahl. (Wie weiter unten gezeigt wird, nimmt die Tourenzahl mit der Belastung zu, wenn, wie vorausgesetzt, $\frac{c_a k \Omega}{r_a} > 1$ ist.) Demnach bewirkt auch eine stärkere Belastung des Motors eine Verkleinerung von a_1, also eine Erhöhung der Gefahr des Pendelns.

Alle bisherigen Überlegungen bezogen sich nur auf Motoren gleicher Größe; es ist also noch zu untersuchen, ob die Gefahr des Pendelns für Motoren verschiedener Größe in gleicher Weise besteht. Um dies beurteilen zu können, ist eine kleine Umformung des Ausdrucks für a_1 (Gleichung 6) zweckmäßig.

Ich bezeichne mit

$T_n = \frac{L_n}{r_n}$ die Zeitkonstante der Nebenschlußwicklung, d. h. die Zeit, in der die Erregerspannung Δ_n den Erregerstrom $\frac{\Delta_n}{r_n}$ erzeugen könnte, wenn sie nur die konstante Induktanz L_n, nicht auch einen Ohmschen Widerstand zu überwinden hätte;

$T_m = \frac{\Theta \Omega}{k \Phi J_a}$ die Zeit, in welcher das dem Ankerstrom J_a und dem Feld Φ entsprechende Drehmoment die rotierenden

Massen vom Trägheitsmoment Θ bis zur Winkelgeschwindigkeit Ω beschleunigen könnte, wenn kein Teil des Drehmoments zur Überwindung von Reibung oder anderen Widerständen verbraucht würde. Ich nenne diese Zeit die „mechanische Zeitkonstante", ohne damit ausdrücken zu wollen, daß sie eine bei einem gegebenen Motor unveränderliche Größe wäre. Auch die „Zeitkonstante" der Nebenschlußwicklung, für die dieser Ausdruck allgemein gebräuchlich ist, ist ja bei einem und demselben Motor noch stark veränderlich.

$\varepsilon_{ea} = \dfrac{r_a J_a}{k \Phi \Omega}$ den relativen Spannungsverlust, d. h. das Verhältnis des Ohmschen Spannungsabfalls im Ankerstromkreis zur EMK der Drehung.

$\varepsilon_{\varphi a} = \dfrac{c_a J_a}{\Phi}$ die relative Schwächung des Feldes durch den Ankerstrom (siehe Fig. 6).

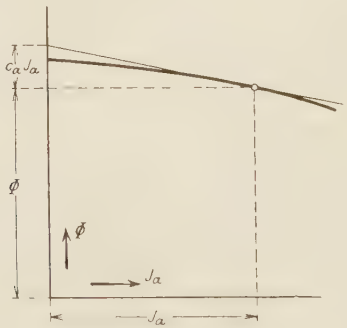

Fig. 6.

Dann folgt aus Gleichung 6:

$$a_1 = \frac{k^2 \Phi^2}{\Theta r_a} + \frac{r_n}{L_n} \cdot \frac{r_a - c_a k \Omega}{r_a} =$$

$$= \frac{k \Phi \Omega}{r_a J_a} \cdot \frac{k \Phi J_a}{\Theta \Omega} + \frac{r_n}{L_n} \cdot \frac{\dfrac{r_a J_a}{k \Phi \Omega} - \dfrac{c_a J_a}{\Phi}}{\dfrac{r_a J_a}{k \Phi \Omega}}$$

$$a_1 = \frac{1}{\varepsilon_{ea}\, T_m} + \frac{\varepsilon_{ea} - \varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\, T_n} \qquad (6a)$$

In dieser Form lautet also die Bedingung dafür, daß die Schwingungen gedämpft sind:

$$\frac{T_n}{T_m} > \varepsilon_{\varphi a} - \varepsilon_{ea} \qquad (13a)$$

Ich habe nun für eine von mir entworfene Typenreihe das Verhältnis $\frac{T_n}{T_m}$ für volles Feld und volle Belastung berechnet; Fig. 7 zeigt, daß es mit wachsender Typengröße (Drehmoment)

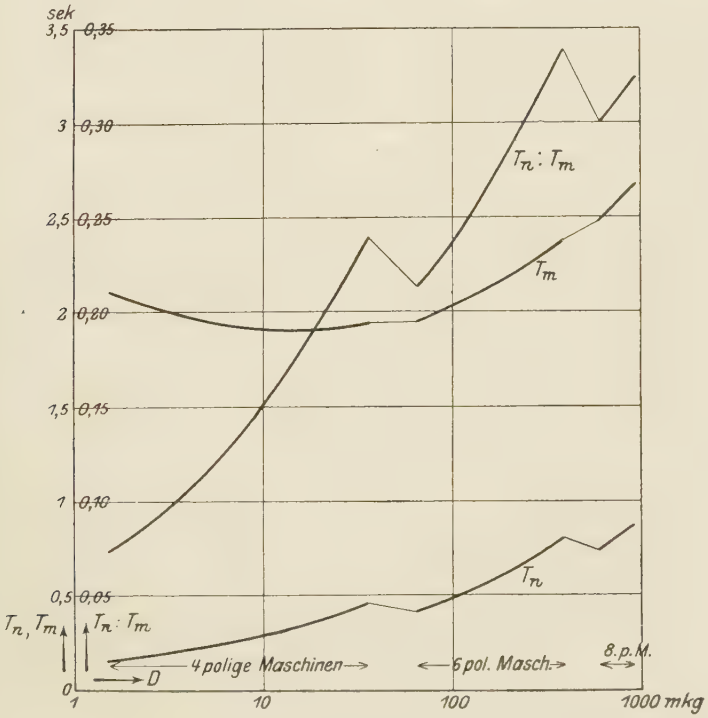

Fig. 7.

ziemlich stark zunimmt. Es sind also bei großen Typen viel größere Werte der Differenz $\varepsilon_{\varphi a} - \varepsilon_{ea}$ zulässig als bei kleinen.

Andererseits ist bei kleinen Motoren ε_{ea} verhältnismäßig groß, so daß positive Werte der Differenz $\varepsilon_{\varphi a} - \varepsilon_{ea}$ überhaupt erst von einer gewissen Typengröße an vorkommen können. Es scheinen danach Motoren mittlerer Größe am meisten gefährdet zu sein, doch sind die Unterschiede wohl nicht sehr stark. Was die absolute Größe der in Fig. 7 eingetragenen Werte von $\frac{T_n}{T_m}$ betrifft, so ist zu beachten, daß sie sich auf volles Feld und auf eine Ankerumfangsgeschwindigkeit von ca. 16—17 m/sec beziehen, sowie auf den Fall, daß das Trägheitsmoment der angetriebenen Maschine ungefähr eben so groß wie das des Motors selbst ist. In diesem Fall ist $\frac{T_n}{T_m}$ überall so groß, daß ungedämpfte Pendelungen wohl ausgeschlossen sind. Wird aber die Tourenzahl durch Feldschwächung auf das Doppelte, bzw. Dreifache hinaufreguliert, so steigt T_m auf das Vierfache, bzw. Neunfache. In solchen Fällen kann also $\frac{T_n}{T_m}$ sehr wohl so klein und noch kleiner werden als $\varepsilon_{\varphi a} - \varepsilon_{e a}$.

Gleichung 6 kann noch auf eine dritte Form gebracht werden, die für die Erkenntnis der Pendelgefahr nicht ohne Bedeutung ist. Die Differenz $(\varepsilon_{\varphi a} - \varepsilon_{ea})$ hängt aufs innigste zusammen mit $\frac{\partial \Omega}{\partial D}$, dem Einfluß des Drehmoments auf die Tourenzahl des Motors. Es ist nämlich

$$D = k \Phi J_a \qquad (1a)$$

also

$$\frac{\partial D}{\partial J_a} = k \Phi + k J_a \frac{\partial \Phi}{\partial J_a} = k (\Phi - c_a J_a)$$

Ferner ist

$$\Omega = \frac{\Delta_a - r_a J_a}{k \Phi} \qquad (2a)$$

also

$$\frac{\partial \Omega}{\partial J_a} = -\frac{r_a}{k \Phi} + \frac{(\Delta_a - r_a J_a) c_a}{k \Phi^2} =$$

$$= -\frac{r_a}{k \Phi} + \frac{k \Phi \Omega c_a}{k \Phi^2} = \frac{c_a k \Omega - r_a}{k \Phi}$$

Hieraus folgt:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial D} = \frac{\partial \Omega}{\partial J_a} : \frac{\partial D}{\partial J_a} = \frac{c_a\, k\, \Omega - r_a}{k^2\, \Phi\, (\Phi - c_a\, J_a)} =$$

$$= \frac{\varepsilon_{\varphi a} - \varepsilon_{ea}}{1 - \varepsilon_{\varphi a}} \cdot \frac{\Omega}{D}$$

Bezeichne ich mit ε_ω die relative Tourenänderung ($\varepsilon_\omega = D \frac{\partial \Omega}{\partial D} : \Omega$, siehe Fig. 8), so ist demnach

$$\varepsilon_\omega = \frac{\varepsilon_{\varphi a} - \varepsilon_{ea}}{1 - \varepsilon_{\varphi a}}$$

Die Bedingung für stabilen Betrieb läßt sich also auch in folgender Form schreiben:

$$(1 - \varepsilon_{\varphi a})\, \varepsilon_\omega < \frac{T_n}{T_m} \quad (13b)$$

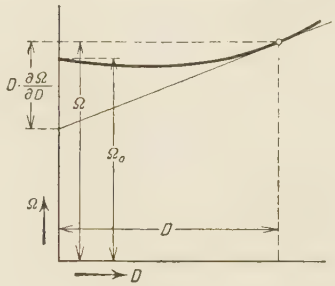

Fig. 8.

In der Praxis pflegt man jeden Motor, der Tourensteigerung hat ($\Omega > \Omega_0$), als gefährdet in bezug auf Pendelungen anzusehen und verlangt deshalb, daß die Tourenzahl bei Vollast nicht höher sei als bei Leerlauf. Diese Bedingung ist nicht etwa identisch mit der Bedingung $\varepsilon_\omega < 0$; denn da die Tourencharakteristik im allgemeinen gekrümmt ist (Fig. 8) und ε_ω von ihrem Differentialquotienten abhängt, so kann die Bedingung $\Omega < \Omega_0$ erfüllt sein und ε_ω trotzdem einen beträchtlichen positiven Wert aufweisen. Da aber so extreme Verhältnisse, wie in Fig. 8 gezeichnet, kaum vorkommen, die Krümmung der Tourenkurve vielmehr weit schwächer zu sein pflegt, so kann die Bedingung $\Omega < \Omega_0$ für praktische Zwecke sehr wohl als ausreichend anerkannt werden. Man kann sogar, wenn diese Bedingung erfüllt ist, annehmen, daß die Grenze des stabilen Betriebes noch ziemlich weit entfernt ist, daß also etwaige Schwingungen in sehr kurzer Zeit abgedämpft werden. Dies ist aber für die Bedürfnisse der Praxis auch erforderlich; denn man wird einen Motor nicht als brauchbar bezeichnen können, bei dem Pendelungen auch nur etwa 10—20 Sekunden lang beobachtet werden können, ehe sie abgedämpft werden. Die praktische Grenze für die Brauch-

barkeit eines Motors ist also nicht $p = 0$, sondern etwa $-\frac{1}{p} =$ 1 Sekunde, und auch diese Grenze dürfte im allgemeinen eingehalten werden, wenn $\Omega < \Omega_0$ ist. Doch ist es gut, sich darüber klar zu sein, daß bei sehr stark gekrümmter Tourencharakteristik und bei kleinen Werten von $\frac{T_n}{T_m}$ die Bedingung $\Omega < \Omega_0$ unzureichend sein kann.

Periodenzahl der Pendelungen.

Im ersten Abschnitt (S. 5) wurde die Vernachlässigung zweier Glieder der Differentialgleichung 2 b damit begründet, daß die Periodenzahl der Pendelungen in allen bisher beobachteten Fällen sehr klein gewesen sei; etwa in der Größenordnung von 0,5 p. Sek. Aus der nunmehr vorliegenden Lösung der Differentialgleichungen des Pendelns läßt sich entnehmen, daß diese Beobachtung nicht auf einem Zufall beruhte, sondern daß bei Motoren, die nach modernen Grundsätzen dimensioniert sind, Pendelungen von wesentlich höherer Periodenzahl tatsächlich ausgeschlossen sind.

Nach den Gleichungen 8, 11 und 10 ist die Periodenzahl der Pendelungen

$$\nu_p = \frac{q}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{a_2 - p^2} \qquad (14)$$

Da diese Periodenzahl nur dann der Beobachtung zugänglich ist, wenn die Pendelungen nicht allzu schnell verklingen, wenn also p klein ist, so interessiert uns am meisten der Wert von ν_p, der in dem Grenzfall $p = 0$ eintritt, in dem Fall also, wo die Pendelungen dauernd in gleicher Stärke fortzubestehen vermögen. Ich will diesen Wert von ν_p mit ν_{p0} bezeichnen. Da ν_{p0} zugleich den höchsten Wert darstellt, den die Periodenzahl bei sonst gleichen Verhältnissen anzunehmen vermag, so ist es um so mehr zulässig, die Betrachtung auf den Fall $p = 0$ zu beschränken. Führe ich in Gleichung 14 den Wert von a_2 aus Gleichung 7 ein, so erhalte ich für $p = 0$

$$\nu_{p0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{r_n}{L_n} \cdot \frac{k^2 \Phi (\Phi - c_a J_a)}{\Theta r_a}} \qquad (15)$$

oder

$$\nu_{p0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1-\varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\, T_m\, T_n}} \qquad (15a)$$

Diesen Wert habe ich wieder für die oben (S. 17) erwähnte Typenreihe ausgerechnet, unter der Voraussetzung, daß das

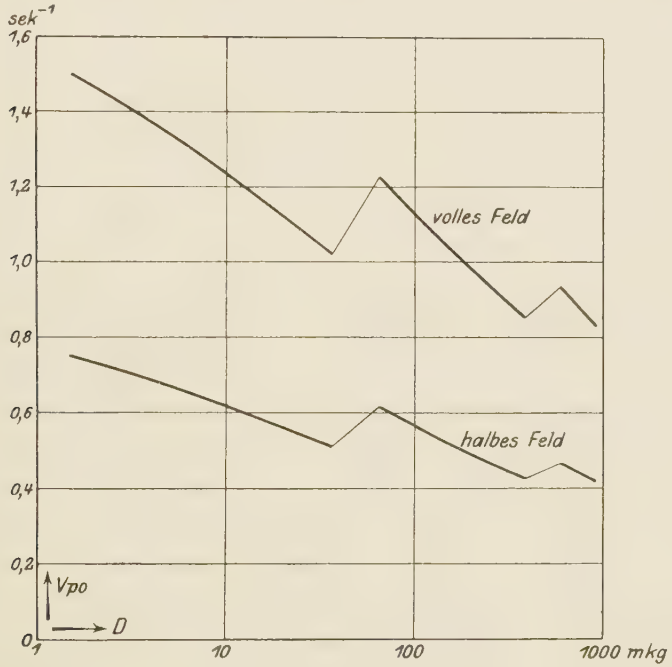

Fig. 9.

Trägheitsmoment der von dem Motor angetriebenen Maschine eben so groß ist, wie das des Motors selbst. Fig. 9 zeigt die erhaltenen Werte; man sieht aus ihr, daß die Periodenzahl der Pendelungen mit wachsender Typengröße nur sehr wenig abnimmt. Was die absoluten Werte von ν_{p0} betrifft, so ist wieder zu beachten, daß sie sich auf Motoren mit vollem Feld und ca. 16—17 m/sec. Ankerumfangsgeschwindigkeit beziehen. Nun wurde früher schon gezeigt, daß bei vollem Feld das Pendeln nicht zu befürchten sei. Deshalb wurden in Fig. 9 auch diejenigen

Werte von ν_{p0} eingetragen, die man erhält, wenn die Tourenzahl durch Feldschwächung auf das Doppelte erhöht wird. Diese Werte sind halb so groß als die Werte von ν_{p0} für volles Feld; sie dürften aber trotzdem ungefähr den Maximalwert von ν_p darstellen, da eben bei stärkerem Feld unmöglich $p = 0$ sein kann.

Bei (positiver oder negativer) Dämpfung der Schwingungen ist ν_p stets kleiner als ν_{p0}, und bei einem bestimmten Wert von p ($p = \sqrt{a_2} = 2\pi\nu_{p0}$) wird sogar $\nu_p = 0$. Bei noch größeren Werten von p wird ν_p imaginär und man muß dann die Lösung der Differentialgleichung 5 in folgender Form schreiben:

$$\omega = \omega_0' e^{r_1 t} + \omega_0'' e^{r_2 t}$$

wo r_1 und r_2 die jetzt reellen Wurzeln der Gleichung

$$r^2 + a_1 r + a_2 = 0 \qquad (9\,a)$$

sind. Bei diesen Werten von p treten also überhaupt keine Schwingungen ein; der Verlauf von Winkelgeschwindigkeit, Feld und Strömen ist vielmehr aperiodisch. Ist p negativ, dann stellt sich nach irgend einer Störung der stationäre Zustand aperiodisch wieder her; ist p positiv, dann tritt ohne vorhergehende Schwingungen Kurzschluß ein. Der Wert von p, bei dem dies eintritt, ist aber so groß (Größenordnung $2\pi\nu_{p0}$ = ca. 3/sec.), daß auch schon bei viel kleineren Werten von p die Beobachtung der Schwingungen kaum mehr möglich ist; daher ist dieser Fall ohne jedes Interesse für die Theorie des Pendelns.

3. Vektordiagramm.

Im vorigen Abschnitt (S. 9) wurde gezeigt, daß die Schwingungen des Ankerstroms, des Nebenschlußstroms und des Feldes in der Periodenzahl und der Dämpfungskonstanten genau mit den Schwingungen der Winkelgeschwindigkeit übereinstimmen, und nur in Amplitude und Phase von ihnen abweichen. Um auch Amplitude und Phase dieser Schwingungen zu bestimmen, muß man auf die Gleichungen 1 c bis 4 c zurückgehen. Dabei ist es zweckmäßig, nicht mehr mit den absoluten Abweichungen der schwingenden Größen vom Mittelwert zu rechnen, sondern mit den relativen Abweichungen, weil nur dadurch die Amplituden der verschiedenen Schwingungen miteinander vergleichbar werden.

Ich schreibe deshalb jetzt die Gleichungen 1 c bis 4 c so an, daß an Stelle von ω, i_a, i_n und φ nur noch $\frac{\omega}{\Omega}$, $\frac{i_a}{J_a}$, $\frac{i_n}{J_n}$ und $\frac{\varphi}{\Phi}$ in ihnen vorkommen.

Die Gleichungen lauten dann:

$$\Theta\,\Omega\,\frac{d}{dt}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) = k\,\Phi\,J_a\left(\frac{i_a}{J_a}+\frac{\varphi}{\Phi}\right) \qquad (1\,d)$$

$$r_a\,J_a\,\frac{i_a}{J_a} + k\,\Phi\,\Omega\left(\frac{\omega}{\Omega}+\frac{\varphi}{\Phi}\right) = 0 \qquad (2\,d)$$

$$r_n\,J_n\,\frac{i_n}{J_n} + \frac{L_n}{c_n}\,\Phi\,\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) = 0 \qquad (3\,d)$$

$$\frac{\varphi}{\Phi} = \frac{c_n\,J_n}{\Phi}\cdot\frac{i_n}{J_n} - \frac{c_a\,J_a}{\Phi}\cdot\frac{i_a}{J_a} \qquad (4\,d)$$

Noch übersichtlicher werden die Gleichungen, wenn ich die auf S. 15 und 16 definierten Bezeichnungen einführe; diesen analog bezeichne ich noch mit

$\varepsilon_{\varphi n} = \frac{c_n\,J_n}{\Phi}$ die relative Änderung des Feldes mit dem Erregerstrom (vgl. Fig. 2).

Dann erhalte ich die Gleichungen

$$T_m\,\frac{d}{dt}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) = \frac{i_a}{J_a}+\frac{\varphi}{\Phi} \qquad (1\,e)$$

$$\varepsilon_{ea}\,\frac{i_a}{J_a} + \frac{\omega}{\Omega} + \frac{\varphi}{\Phi} = 0 \qquad (2\,e)$$

$$\varepsilon_{\varphi n}\,\frac{i_n}{J_n} + T_n\,\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) = 0 \qquad (3\,e)$$

$$\frac{\varphi}{\Phi} = \varepsilon_{\varphi n}\,\frac{i_n}{n} - \varepsilon_{\varphi a}\,\frac{i_a}{J_a} \qquad (4\,e)$$

Hat man nun mit Hilfe der Gleichungen 6—11 die Lösung für irgend eine der schwingenden Größen gefunden, so können mittels dieser Gleichungen auch die übrigen gefunden werden. Ich nehme z. B. an, daß als erste die Lösung für $\frac{\varphi}{\Phi}$ vorliegt; sie lautet

$$\frac{\varphi}{\Phi} = \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot e^{pt} \sin qt$$

Dann folgt aus Gleichung (3 e):

$$\frac{i_n}{J_n} = -\frac{T_n}{\varepsilon_{\varphi n}} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right)$$

$$= -\frac{T_n}{\varepsilon_{\varphi n}} \cdot \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot e^{pt} (p \sin qt + q \cos qt)$$

$$= \frac{i_{n0}}{J_n} e^{pt} \sin (qt - \alpha_n)$$

Damit ist also auch die Amplitude von $\frac{i_n}{J_n}$ gefunden; sie ist

$$\frac{i_{n0}}{J_n} = \frac{T_n \sqrt{p^2 + q^2}}{\varepsilon_{\varphi n}} \cdot \frac{\varphi_0}{\Phi}$$

und die Phase von $\frac{i_n}{J_n}$ ist bestimmt durch den Winkel α_n, um den die Schwingung $\frac{i_n}{J_n}$ gegenüber $\frac{\varphi}{\Phi}$ nacheilt; es ist

$$\alpha_n = \text{arc tg}\left(-\frac{q}{p}\right).$$

Ebenso sind auch Amplitude und Phase von $\frac{i_a}{J_a}$ (aus Gleichung 4 e) und von $\frac{\omega}{\Omega}$ (aus Gleichung 2 e) zu finden. Die so erhaltenen Ausdrücke sind aber ziemlich unübersichtlich; es lohnt sich deshalb nicht, sie anzuschreiben.

Ein viel klareres Bild von den Vorgängen beim Pendeln erhält man, wenn man sich eines Vektordiagramms bedient. Größen, die sich nach einem Sinusgesetz mit der Zeit ändern, pflegt man allgemein durch Vektoren darzustellen, deren Projektion auf eine Achse den Momentanwert der betreffenden Größe angibt. Man muß sich dann entweder die Vektoren als rotierend und die Achse als ruhend, oder umgekehrt die Vektoren als ruhend und die Achse als rotierend vorstellen. Eben so gut wie solche Schwingungen konstanter Amplitude lassen sich aber auch Schwingungen, deren Amplituden nach einem Exponential-

gesetz abnehmen oder zunehmen, durch Vektoren darstellen; nur muß man sich diese Vektoren nicht nur als rotierend, sondern auch der Größe nach als stetig zu- oder abnehmend vorstellen. Man kann aber auch hier an Stelle der Vektoren die Achse rotieren lassen; und statt die Größe der Vektoren sich stetig ändern zu lassen, kann man sich den Maßstab des Diagramms in stetiger Veränderung begriffen denken. Ebenso, wie schon bei den gebräuchlichen Vektordiagrammen, die zur Darstellung von Schwingungen unveränderlicher Amplitude dienen, die Periodenzahl aus dem Diagramm nicht zu ersehen ist, ist hier auch die Dämpfung nicht aus dem Diagramm zu erkennen; und wie man schon dort nur Vektoren gleicher Periodenzahl zu einem Diagramm vereinigen darf, so hier nur Vektoren gleicher Periodenzahl und gleicher Dämpfungskonstante. Ein wesentlicher Unterschied zwischen diesen Vektoren und den sonst gebräuchlichen besteht noch bezüglich des Differentialquotienten eines Vektors: Bei einer Schwingung konstanter Amplitude:

$$a = a_0 \sin q\,t$$

ist der Differentialquotient von a

$$\frac{da}{dt} = a_0\, q \cos q\,t;$$

der Vektor, der den Differentialquotienten darstellt, steht also senkrecht auf dem Vektor der Stammgröße. Bei den hier in Betracht kommenden Schwingungen veränderlicher Amplitude:

$$a = a_0\, e^{pt} \sin q\,t$$

ist dagegen der Differentialquotient von a

$$\frac{da}{dt} = a_0\, e^{pt}\,(p \sin qt + q \cos qt);$$

der Vektor des Differentialquotienten steht also nicht mehr senkrecht auf dem Vektor der Stammgröße, sondern er eilt ihm vor um einen Winkel $\operatorname{arc\,tg} \frac{q}{p}$.

Den Vektor, der die schwingende Größe $a = a_0\, e^{pt} \sin qt$ darstellt, bezeichne ich mit $\dot{a}$, und einen Vektor, der mit $\dot{a}$ von gleicher Größe ist, ihm aber in der Phase um 90^0 nacheilt, be-

zeichne ich mit $j\dot{a}$ [1]). In dieser Schreibweise ist der Differentialquotient eines Vektors, der eine Schwingung konstanter Amplitude darstellt,

$$\frac{d\dot{a}}{dt} = -j\,q\dot{a},$$

bei einer Schwingung mit veränderlicher Amplitude ist dagegen

$$\frac{d\dot{a}}{dt} = (p - j\,q)\dot{a}$$

Ich schreibe nun die Gleichungen 1 e bis 4 e in Vektorform an; sie lauten:

$$T_m\,(p - j\,q)\frac{\dot{\omega}}{\Omega} = \frac{\dot{i}_a}{J_a} + \frac{\dot{\varphi}}{\Phi} \qquad (1\,f)$$

$$\varepsilon_{ea}\frac{\dot{i}_a}{J_a} + \frac{\dot{\omega}}{\Omega} + \frac{\dot{\varphi}}{\Phi} = 0 \qquad (2\,f)$$

$$T_n\,(p - j\,q)\frac{\dot{\varphi}}{\Phi} + \varepsilon_{\varphi n}\frac{\dot{i}_n}{J_n} = 0 \qquad (3\,f)$$

$$\frac{\dot{\varphi}}{\Phi} = \varepsilon_{\varphi n}\frac{\dot{i}_n}{J_n} - \varepsilon_{\varphi a}\frac{\dot{i}_a}{J_a} \qquad (4\,f)$$

Diese Vektorgleichungen sind in dem Diagramm Fig. 10 graphisch dargestellt. Das hier gezeichnete Diagramm entspricht maßstäblich einer beobachteten Pendelung; das aufgenommene Tachogramm ist in Fig. 11 wiedergegeben. Die Konstanten des Motors waren dabei: $T_n = 0{,}39$ sec, $T_m = 3{,}1$ sec, $\varepsilon_{ea} = 0{,}07$, $\varepsilon_{\varphi a} = 0{,}18$. Die hieraus berechneten Konstanten der Dämpfung und der Schwingung sind: $p = -0.29\ \text{sec}^{-1}$ und $q = 3{,}1\ \text{sec}^{-1}$, was mit dem aufgenommenen Tachogramm genügend genau übereinstimmt.

Bei der Schwingung, die dieses Diagramm darstellt, war p negativ (gedämpfte Schwingung); $\frac{\dot{i}_n}{J_n}$ eilt daher dem $\frac{\dot{\varphi}}{\Phi}$ nach

[1]) Bezüglich dieser Bezeichnungen halte ich mich an den von Prof. Ossanna bearbeiteten Abschnitt „Dynamomaschinen" der „Starkstromtechnik", herausgegeben von Rziha und Seidener.

um einen Winkel, der kleiner als 90° ist. Wäre p positiv, dann wäre dieser Winkel größer als 90°, und bei einer stationären Pendelung würde die Schwingung des Erregerstroms der Schwingung des Feldes um gerade 90° nacheilen. Die Schwingung des

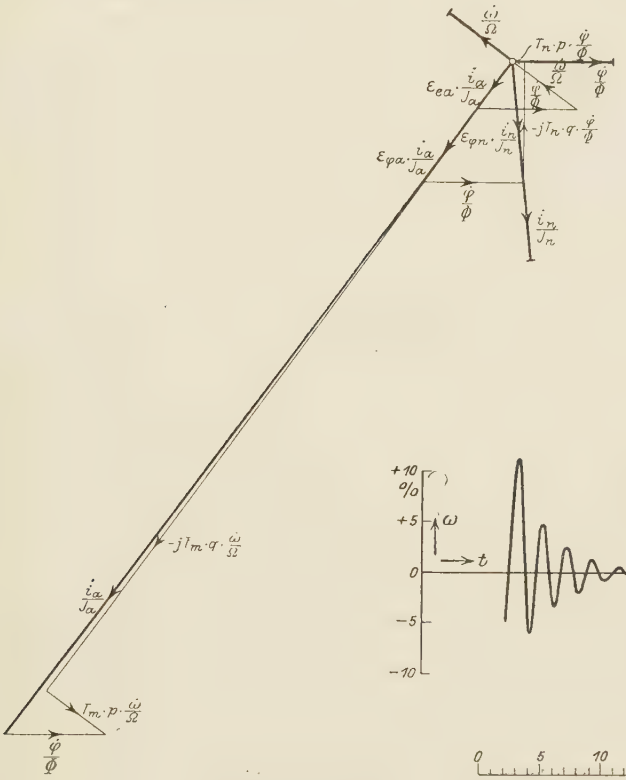

Fig. 10.

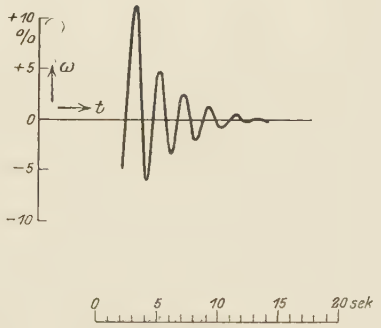

Fig. 11.

Ankerstroms eilt der Schwingung des Feldes stärker nach als die Schwingung des Erregerstroms, aber jedenfalls weniger als 180°. Die Phasenverschiebung zwischen der Schwingung der Winkelgeschwindigkeit $\frac{\dot\omega}{\Omega}$ und der Schwingung des Ankerstroms $\frac{\dot i_a}{J_a}$ beträgt bei stationären Schwingungen fast 90°, bei gedämpften Schwingungen etwas mehr, bei negativ gedämpften etwas weniger.

Was die Amplituden der Schwingungen betrifft, so ist wohl in allen Fällen die Schwingung des Ankerstroms relativ die weitaus stärkste. Dies wird schon dadurch wahrscheinlich gemacht, daß bei stationärem Betrieb eine Änderung des Ankerstroms um 1 % nur eine Änderung des Feldes um $\varepsilon_{\varphi a}$ % und eine Änderung der Winkelgeschwindigkeit um $\varepsilon_{\varphi a} - \varepsilon_{ea}$ % bedingt, und daß $\varepsilon_{\varphi a}$ und ε_{ea} stets sehr kleine Zahlen sind (Größenordnung 0,01—0,1). Es ist danach zu vermuten, daß auch beim Pendeln einer Schwingung des Ankerstroms um 1 % eine Schwingung des Feldes und der Winkelgeschwindigkeit um einen viel kleineren Betrag entspricht, wie es z. B. bei der durch Fig. 10 dargestellten Pendelung der Fall war.

4. Einfluß der Arbeitsmaschine auf das Pendeln des Motors.

Bei den bisherigen Untersuchungen war stets vorausgesetzt, daß das Drehmoment, welches die Arbeitsmaschine von dem Motor verlangt, konstant, also von der Umdrehungszahl des Motors unabhängig sei. In vielen Betrieben ist dies aber nicht der Fall. So ist z. B. bei Kreiselpumpen und Ventilatoren das Drehmoment ungefähr dem Quadrat der Umdrehungszahl proportional, und bei Dynamomaschinen für Gleichstrom oder Wechselstrom, die auf ein Netz konstanter Spannung arbeiten, ändert sich das Drehmoment noch viel stärker mit der Umdrehungszahl. Diese Fälle bedürfen also noch einer besonderen Untersuchung.

a) Kreiselpumpen und Ventilatoren.

Um möglichst allgemein zu sein, will ich zunächst nur voraussetzen, daß das Drehmoment irgend einer Potenz der Umdrehungszahl proportional sei. Bezeichne ich mit

D das von der Arbeitsmaschine geforderte Drehmoment bei schwingungsfreiem Betrieb,

$D + d$ den Momentanwert des geforderten Drehmoments während des Pendelns,

dann ist in diesem Falle:

$$D + d = c\,(\Omega + \omega)^n \qquad (16)$$

$$D = c\,\Omega^n \qquad (16\,a)$$

folglich, wenn man sich auf kleine Schwingungen beschränkt,

$$d = n\,c\,\Omega^n\,\frac{\omega}{\Omega} \qquad (16\,b)$$

oder

$$\frac{d}{D} = n \cdot \frac{\omega}{\Omega} \qquad (16\,c)$$

Wenn ich das Reibungsdrehmoment vernachlässige, bzw. annehme, daß das gesamte Drehmoment (einschließlich Reibung) der n-ten Potenz der Umdrehungszahl proportional sei, dann gilt für stationären Betrieb die Gleichung 1 a:

$$D = k\,\Phi\,J_a \qquad (1\,a)$$

In dem System der Differentialgleichungen des Pendelns (Gleichungen 1 e bis 4 e) tritt jetzt an Stelle der Gleichung 1 e die Gleichung:

$$T_m \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) + \frac{d}{D} = \frac{i_a}{J_a} + \frac{\varphi}{\Phi} \qquad (17)$$

oder:

$$T_m \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) + n \cdot \frac{\omega}{\Omega} = \frac{i_a}{J_a} + \frac{\varphi}{\Phi} \qquad (18)$$

Die übrigen Gleichungen (2 e bis 4 e) bleiben unverändert bestehen:

$$\varepsilon_{e\,a}\,\frac{i_a}{J_a} + \frac{\omega}{\Omega} + \frac{\varphi}{\Phi} = 0 \qquad (2\,e)$$

$$T_n \frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) + \varepsilon_{\varphi\,n}\,\frac{i_n}{J_n} = 0 \qquad (3\,e)$$

$$\frac{\varphi}{\Phi} = \varepsilon_{\varphi\,n}\,\frac{i_n}{J_n} - \varepsilon_{\varphi\,a}\,\frac{i_a}{J_a} \qquad (4\,e$$

Ziehe ich diese 4 Gleichungen durch Elimination von $\frac{\omega}{\Omega}$, $\frac{i_a}{J_a}$ und $\frac{i_n}{J_n}$ zu einer einzigen zusammen, so ergibt sich:

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right)+\left\{\frac{\varepsilon_{ea}-\varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\,T_n}+\frac{1}{\varepsilon_{ea}\,T_m}+\frac{n}{T_m}\right\}\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right)+$$

$$+\left\{\frac{1-\varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\,T_n\,T_m}+\frac{n}{T_m}\cdot\frac{\varepsilon_{ea}-\varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\,T_n}\right\}\frac{\varphi}{\Phi}=0 \qquad (19)$$

Diese Gleichung hat vollständig die Form der Gleichung 5; es gilt also auch hier wieder die Lösung

$$\frac{\varphi}{\Phi}=\frac{\varphi_0}{\Phi}\,e^{pt}\sin qt, \qquad (8\,a)$$

wo p und q gegeben sind durch die Gleichungen

$$p=-\frac{a_1}{2} \qquad (10)$$

$$q=\sqrt{a_2-\frac{a_1^2}{4}} \qquad (11)$$

Nur haben die Koeffizienten a_1 und a_2 sich geändert; es ist nämlich jetzt:

$$a_1=\frac{\varepsilon_{ea}-\varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\,T_n}+\frac{1}{\varepsilon_{ea}\,T_m}+\frac{n}{T_m} \qquad (20)$$

und

$$a_2=\frac{(1-\varepsilon_{\varphi a})+n\,(\varepsilon_{ea}-\varepsilon_{\varphi a})}{\varepsilon_{ea}\,T_n\,T_m} \qquad (21)$$

Die Konstante a_1 ist gegen früher vergrößert um das Glied $\frac{n}{T_m}$. Da T_m kaum jemals kleiner als 1 –2 sec sein dürfte (vgl. Fig. 7), so ist dieses Glied für $n = 2$ wohl immer kleiner als 1—2. Beim Antrieb von Kreiselpumpen und Ventilatoren tritt also gegenüber einem Antrieb mit konstantem Drehmoment eine Verminderung der Pendelgefahr ein. Der Betrag dieser Verminderung kann zwar recht klein werden, wenn durch starke Feldschwächung T_m sehr groß geworden ist; keinesfalls tritt aber eine Erhöhung der Pendelgefahr ein, wie man bei oberflächlicher Betrachtung vielleicht meinen möchte.

Die Konstante a_2, von der die Periodenzahl der Schwingungen abhängt, ändert sich nur unwesentlich, denn das Glied $n\,(\varepsilon_{ea}-\varepsilon_{\varphi a})$ ist stets klein gegen 1.

Bei Antrieben, bei denen der Exponent n noch wesentlich größere Werte annähme, würden diese Überlegungen freilich ihre Gültigkeit verlieren; doch scheint dieser Fall nicht vorzukommen (abgesehen von den noch besonders zu besprechenden Dynamomaschinen).

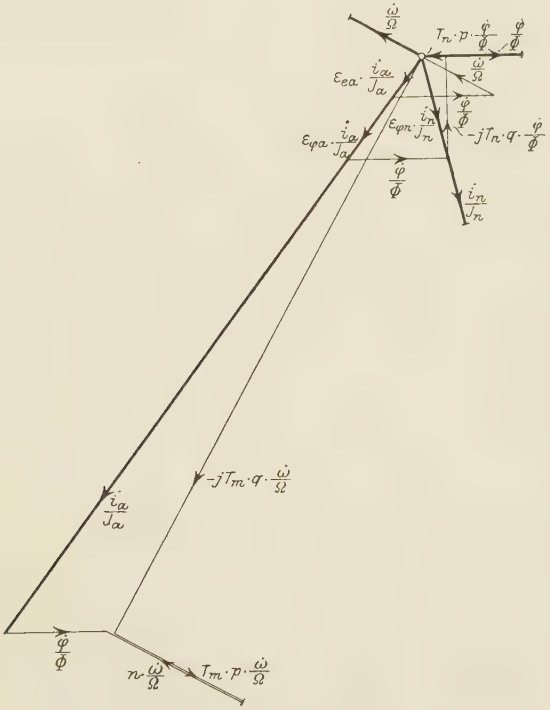

Fig. 12.

Ein Vektordiagramm für den Fall des Ventilatorenantriebs zeigt Fig. 12. Dieses Diagramm bezieht sich auf denselben Motor wie das in Fig. 10 gezeichnete; d. h. es sind wieder die Konstanten $T_n = 0{,}39$ sec, $T_m = 3{,}1$ sec, $\varepsilon_{ea} = 0{,}07$, $\varepsilon_{\varphi a} = 0{,}18$ angenommen. Für $n = 2$ ergeben sich dann aus den Gleichungen 10, 11, 19, 20 die Konstanten $p = -0{,}61$/sec und $q = 2{,}6$/sec. Man sieht aus dem Diagramm, daß der neu hinzugekommene Vektor

n $\frac{\dot{\omega}}{\Omega}$ dem Vektor $T_m\, p\, \frac{\dot{\omega}}{\Omega}$ bei negativem p entgegengesetzt gerichtet ist; schon hieraus läßt sich schließen, daß das Hinzutreten dieses neuen Vektors den negativen Wert von p vergrößern muß.

Die Phasenverschiebungen und die Verhältnisse der Amplituden der einzelnen schwingenden Größen haben sich, wie der Vergleich mit Fig. 10 zeigt, gegen früher nur ganz unwesentlich geändert.

b) Synchrone Wechselstromgeneratoren.

Bei einem auf ein unendlich starkes Netz arbeitenden synchronen Wechselstromgenerator ist das Drehmoment proportional dem Winkel zwischen dem „Netzvektor" und dem „Maschinenvektor" [1]). Dieser Winkel sei bei stationärem Betrieb β_0, während des Pendelns $\beta_0 + \beta$. Es ist also

$$D + d = c\,(\beta_0 + \beta) \tag{22}$$

und folglich

$$\frac{d}{D} = \frac{\beta}{\beta_0} \tag{22a}$$

Die Gleichung 17 lautet also in diesem Fall:

$$T_m \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) + \frac{\beta}{\beta_0} = \frac{i_a}{J_a} + \frac{\varphi}{\Phi} \tag{23}$$

Die Änderung des Winkels β ist proportional der Abweichung der Umdrehungszahl von der synchronen:

$$\frac{d\beta}{dt} = p \cdot \omega\,,$$

oder, wenn man die Periodenzahl des Netzes $\nu = \frac{p\,\Omega}{2\,\pi}$ einführt,

$$\frac{d\beta}{dt} = 2\,\pi\,\nu\,\frac{\omega}{\Omega}$$

[1]) Vgl. „Starkstromtechnik", S. 518 ff.

Aus Gleichung 23 folgt also durch Differentiation:

$$T_m \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) + \frac{2\pi\nu}{\beta_0}\cdot\frac{\omega}{\Omega} = \frac{d}{dt}\left(\frac{i_a}{J_a}\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) \quad (23\,a)$$

Die 3 übrigen Gleichungen des Systems 1—4 bleiben auch hier wieder bestehen; vereinige ich sie mit Gleichung 23 a, so erhalte ich

$$\frac{d^3}{dt^3}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) + \left\{\frac{\varepsilon_{ea} - \varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\, T_n} + \frac{1}{\varepsilon_{ea}\, T_m}\right\}\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right)$$
$$+ \left\{\frac{1 - \varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\, T_n\, T_m} + \frac{2\pi\nu}{\beta_0\, T_m}\right\}\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) +$$
$$+ \left\{\frac{2\pi\nu}{\beta_0}\cdot\frac{\varepsilon_{ea} - \varepsilon_{\varphi a}}{\varepsilon_{ea}\, T_n\, T_m}\right\}\frac{\varphi}{\Phi} = 0 \quad (24)$$

oder

$$\frac{d^3}{dt^3}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) + a_1\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) +$$
$$+ a_2\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) + a_3\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) = 0 \quad (24a)$$

Die Lösung dieser Gleichung ist

$$\frac{\varphi}{\Phi} = \frac{\varphi_0'}{\Phi}e^{r_1 t} + \frac{\varphi_0''}{\Phi}e^{r_2 t} + \frac{\varphi_0'''}{\Phi}e^{r_3 t} \quad (25)$$

wo r_1, r_2 und r_3 die Wurzeln der Gleichung

$$r^3 + a_1 r^2 + a_2 r + a_3 = 0 \quad (26)$$

sind. Unstabil ist der Motor in zwei Fällen: Hat Gleichung 26 eine reelle positive Wurzel, dann tritt ohne Schwingungen Kurzschluß ein; hat sie eine komplexe Wurzel mit positivem reellen Teil, dann erfolgen negativ gedämpfte Schwingungen. Ersteres tritt ein, wenn a_3 negativ ist. Es ist also

$$\varepsilon_{ea} > \varepsilon_{\varphi a} \quad (27)$$

oder

$$\varepsilon_{\omega} < 0 \quad (27\,a)$$

eine notwendige Bedingung für die Stabilität des Betriebes. Daß sie auch hinreichend ist, zeigt folgende Überlegung: Für $\varepsilon_{ea} > \varepsilon_{\varphi a}$ sind die sämtlichen Koeffizienten a_1, a_2 und a_3 positiv. In diesem Fall ist eine positive reelle Wurzel nicht möglich. Eine kom-

plexe Wurzel mit positivem reellen Teil tritt nur dann auf, wenn $a_1 a_2 - a_3$ negativ ist. Ein Beweis dieser Behauptung würde hier zu weit führen. Bildet man diesen Ausdruck, so sieht man, daß auch er stets positiv ist, wenn $\varepsilon_{e\,a} > \varepsilon_{\varsigma\,a}$ ist. Damit ist bewiesen, daß die Bedingung 27 für die Stabilität des Betriebes nicht nur notwendig, sondern auch hinreichend ist.

c) Gleichstromgeneratoren.

Die Rechnung sei hier nur für den einfachsten Fall durchgeführt; es sei nämlich vorausgesetzt, daß bei dem Generator eine Rückwirkung des Ankerstroms auf das Feld nicht vorhanden sei, daß also das Feld als konstant betrachtet werden könne. Der Generator möge auf ein unendlich starkes Netz von der Klemmenspannung Δ_g arbeiten.

Die auf den Generator bezüglichen Größen seien alle durch den Index g gekennzeichnet; es sei also z. B.

$J_{a\,g}$ der Ankerstrom des Generators bei schwingungsfreiem Betrieb,

$i_{a\,g}$ die Abweichung hiervon während des Pendelns,

$\varepsilon_{e\,a\,g}$ der relative Spannungsverlust im Ankerstromkreis des Generators

usw.

Dann gilt für den Ankerstromkreis des Generators die Gleichung

$$k_g \Phi_g (\Omega + \omega) - r_{a\,g} (J_{a\,g} + i_{a\,g}) = \Delta_g \qquad (28)$$

und für schwingungsfreien Betrieb

$$k_g \Phi_g \Omega - r_{a\,g} J_{a\,g} = \Delta_g \qquad (28\,a)$$

folglich auch

$$k_g \Phi_g \Omega \frac{\omega}{\Omega} - r_{a\,g} J_{a\,g} \frac{i_{a\,g}}{J_{a\,g}} = 0 \qquad (28b)$$

oder

$$\frac{i_{a\,g}}{J_{a\,g}} = \frac{1}{\varepsilon_{e\,a\,g}} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \qquad (28c)$$

Wenn ich das Reibungsdrehmoment vernachlässige, ist das vom Motor zu überwindende Drehmoment

$$D + d = k_g \Phi_g (J_{a\,g} + i_{a\,g}) \qquad (29)$$

Folglich ist

$$\frac{d}{D} = \frac{i_{a\,g}}{J_{a\,g}} = \frac{1}{\varepsilon_{e\,a\,g}} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \qquad (29a)$$

Setze ich dies in Gleichung 17 ein, so ergibt sich:

$$T_m \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) + \frac{1}{\varepsilon_{e\,a\,g}} \cdot \frac{\omega}{\Omega} = \frac{i_a}{J_a} + \frac{\varphi}{\Phi} \qquad (30)$$

Diese Gleichung stimmt vollkommen überein mit Gleichung 18, wenn man

$$n = \frac{1}{\varepsilon_{e\,a\,g}} \qquad (31)$$

setzt. Ein Motor, der durch einen auf konstante Klemmenspannung arbeitenden Gleichstromgenerator belastet ist, verhält sich also ebenso, wie wenn das von ihm verlangte Drehmoment der n-ten Potenz der Umdrehungszahl proportional wäre. Hier ist n im allgemeinen eine sehr große Zahl (Größenordnung ca. 20). In diesem Fall wird zwar auch a_1 stark vergrößert (siehe Gleichung 20), so daß die Gefahr negativ gedämpfter Schwingungen viel geringer ist als bei konstantem verlangten Drehmoment. Dafür kann aber jetzt, wenn $\varepsilon_{\varphi\,a} > \varepsilon_{e\,a}$ ist, der Fall eintreten, daß a_2 negativ wird (siehe Gleichung 21). Dann aber hat die Gleichung

$$r^2 + a_1 r + a_2 = 0 \qquad (9\,a)$$

eine reelle positive Wurzel, es tritt also ohne Schwingungen Kurzschluß ein. Wie groß n noch sein darf, ohne daß dies eintritt, lehrt Gleichung 21; es ergibt sich aus ihr die Bedingung für stabilen Betrieb

$$n < \frac{1 - \varepsilon_{\varphi\,a}}{\varepsilon_{\varphi\,a} - \varepsilon_{e\,a}} \qquad (32)$$

oder

$$\varepsilon_\omega < \frac{1}{n} \qquad (32a)$$

Daß $\varepsilon_\omega = \frac{1}{n}$ eine Grenze des stabilen Betriebes sein muß, zeigt auch schon die folgende einfache Überlegung: In Fig. 13 möge die Kurve G das vom Generator verlangte Drehmoment

als Funktion der Umdrehungszahl darstellen $\left(\text{tg } \alpha = \frac{1}{n}\right)$, und die Kurve M die Umdrehungszahl des Motors als Funktion des Drehmoments $\left(\text{tg } \beta = \varepsilon_\omega, \text{ demnach } \varepsilon_\omega < \frac{1}{n}\right)$. Dann muß der Motor im stationären Zustand mit der Winkelgeschwindigkeit Ω laufen und das Drehmoment D entwickeln, das dem Punkt A, dem Schnittpunkt der beiden Charakteristiken, entspricht. Wenn nun (etwa nach einer plötzlichen Änderung der Netzspannung) die momentane Winkelgeschwindigkeit des Motors $\Omega + \omega$ und das momentan von ihm entwickelte Drehmoment $D + d$ ist (entsprechend dem Punkt B der Generatorcharakteristik), dann ist die Gegen-EMK des Motors zu klein, denn Punkt B liegt unter der Motorcharakteristik; es muß also der Strom und damit das Drehmoment stärker werden, d. h. der dem momentanen Zustand entsprechende Punkt B bewegt sich nach rechts und nähert sich damit dem Punkt A, der dem stationären Betrieb entspricht. Ist dagegen $\varepsilon_\omega > \frac{1}{n}$ (tg $\beta >$ tg α, Fig. 14), und entspricht wieder Punkt B dem momentanen Zustand, dann ist

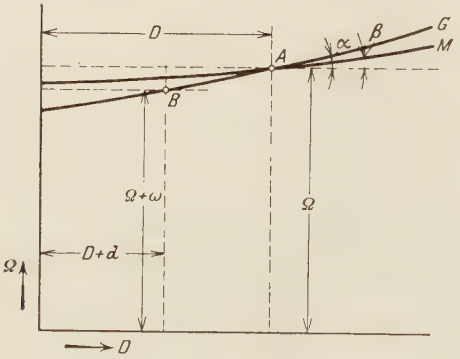

Fig. 13.

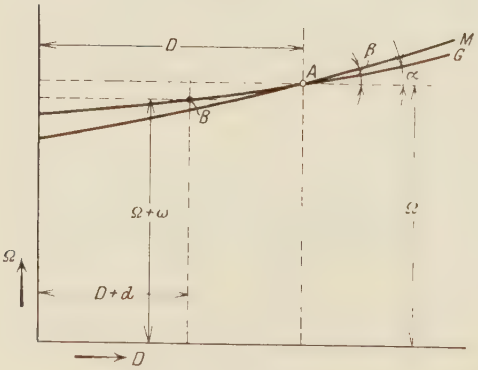

Fig. 14.

die Gegen-EMK des Motors zu groß (Punkt B liegt über M); Strom und Drehmoment des Motors nehmen also ab, d. h. der Punkt B entfernt sich immer weiter vom Punkt A; der Betrieb ist nicht stabil.

Die Bedingung 32 ist zwar notwendig für stabilen Betrieb, aber noch nicht hinreichend; es bleibt vielmehr neben ihr immer noch die Bedingung

$$a_1 > 0 \qquad (13)$$

bestehen. Wenn diese letztere Bedingung nicht erfüllt ist, dann treten die negativ gedämpften Schwingungen ein, die man als „Pendeln" zu bezeichnen pflegt, während die eben besprochene Erscheinung, die dann eintritt, wenn die Bedingung 32 nicht erfüllt ist, mit dem „Pendeln" eigentlich nichts zu tun hat.

Für einen Generator, der nicht auf ein Netz arbeitet, sondern für sich allein mit Widerständen belastet ist, gelten dieselben Gleichungen (28—31), wenn man darin $\varepsilon_{eag} = 1$ setzt. In diesem Fall ist natürlich nicht zu befürchten, daß a_2 negativ wird; es gilt also wieder das, was auf S. 30 über Ventilatorenantrieb gesagt wurde: Die Pendelgefahr ist geringer, als wenn das verlangte Drehmoment konstant wäre. Die Verringerung der Pendelgefahr ist jedoch hier (n = 1) nur halb so groß als bei Ventilatorenantrieb (n = 2).

Läßt man die Voraussetzung, daß der Generator keine Ankerrückwirkung habe, fallen, so muß man auch die dämpfende Wirkung der Magnetwicklung des Generators berücksichtigen. Dadurch wird die Rechnung zwar nicht wesentlich erschwert, sie wird aber viel unübersichtlicher und läßt sich kaum noch allgemein diskutieren. Für die Praxis ist auch eine genauere Untersuchung solcher spezieller Fälle nicht mehr von wesentlichem Interesse; denn bei allen solchen Untersuchungen kann es sich nur darum handeln, festzustellen, ob ein etwas größerer oder kleinerer Wert von ε_ω noch zulässig ist, während man für negative Werte von ε_ω in allen Fällen vor ungedämpften Pendelungen sicher ist.

5. Einfluß der Kommutierungsströme auf das Pendeln.

Erfahrungsgemäß ist das Pendeln bei Wendepolmotoren viel häufiger als bei Motoren ohne Wendepole. Dies rührt zum Teil wohl daher, daß bei Wendepolmotoren das Feld oft sehr stark geschwächt wird; Tourenregulierungen im Verhältnis 1 : 3 oder auch 1 : 4 sind ja keine Seltenheiten. Durch Feldschwächung wird aber die Pendelgefahr erhöht; sie wird somit größer als bei frei kommutierenden Motoren, denn bei diesen ist eine solche Feldschwächung aus Kommutierungsgründen gar nicht möglich. Eine volle Erklärung für die angeführte Tatsache vermag dies aber nicht zu geben; denn das Pendeln kommt bei Wendepolmotoren auch schon bei viel geringerer Feldschwächung, manchmal sogar bei vollem Felde vor. Der Unterschied in dem Verhalten der Wendepolmotoren und der frei kommutierenden Motoren beruht also offenbar auf einer Tatsache, die bisher vernachlässigt wurde, und zwar sind es die zusätzlichen Kommutierungsströme, durch die diese Erscheinung erklärt werden kann.

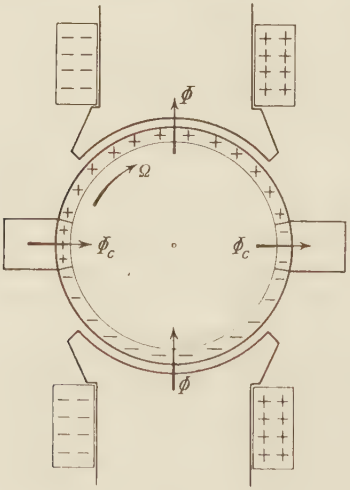

Fig. 15.

Fig. 15 stellt die Amperewindungsverteilung in einem Motoranker bei Überkommutierung dar. Die zusätzlichen Kommutierungsströme (Abweichungen vom geradlinigen Kommutierungsstrom) haben bei Überkommutierung dieselbe Richtung, die der Ankerstrom in dem betrachteten Leiter nach der Kommutierung annimmt. Da die in Fig. 15 gezeichneten Magnet- und Ankeramperewindungen eine Rechtsdrehung des Motorankers bewirken, so müssen hier die zusätzlichen Kommutierungsströme unter der linken Bürste positiv, unter der rechten negativ sein.

Man sieht, daß die AW in der kommutierenden Zone in diesem Falle den Hauptpol-AW entgegengesetzt gerichtet sind: Die zusätzlichen Kommutierungsströme schwächen also das Hauptfeld des Motors bei Überkommutierung; sie verstärken es bei Unterkommutierung [1]). Weiter erkennt man aus Fig. 15, daß die zusätzlichen Kommutierungsströme in dem Kommutierungsfeld Φ_c ein Drehmoment entwickeln, welches dem vom Ankerstrom J_a im Hauptfeld Φ entwickelten entgegengesetzt gerichtet ist: Das Drehmoment von Überkommutierungsströmen wirkt also bremsend, das Drehmoment von Unterkommutierungsströmen wirkt treibend.

Besonders die Einwirkung der Kommutierungsströme auf das Hauptfeld ist nun für das Pendeln von großer Bedeutung, wie man auch ohne weitere Rechnung aus folgendem erkennen kann: Bei einem frei kommutierenden Motor ruft eine Zunahme des Ankerstroms eine Vergrößerung der Reaktanzspannung in der kurzgeschlossenen Spule hervor, der keine entsprechende Verstärkung des Kommutierungsfeldes gegenübersteht. Dadurch entstehen Unterkommutierungsströme, die das Hauptfeld verstärken und somit die sonst verhandene Schwächung des Hauptfeldes durch den Ankerstrom vermindern. Da diese Schwächung des Hauptfeldes durch den Ankerstrom die eigentliche Ursache des Pendelns ist, so geht hieraus hervor, daß die Kommutierungsströme bei einem frei kommutierenden Motor die Pendelgefahr vermindern. Bei einem Wendepolmotor mit richtig dimensionierter Wendepolwicklung werden dagegen durch eine Zunahme des Ankerstroms keine zusätzlichen Kommutierungsströme entstehen; denn hier steht der Zunahme der Reaktanzspannung eine entsprechende Zunahme des Kommutierungsfeldes gegenüber. Beim Wendepolmotor fällt also die Verminderung der Ankerrückwirkung durch die Kommutierungsströme weg, und dadurch erklärt es sich, daß Wendepolmotoren weitaus mehr zum Pendeln neigen als frei kommutierende Motoren.

Es ist nicht uninteressant, diese Erscheinung auch rechnerisch zu verfolgen. Zu diesem Zwecke suche ich zunächst die Stärke der zusätzlichen Kommutierungsströme bei gegebenem Kommu-

[1]) Siehe Rüdenberg, Theorie der Kommutation in Gleichstrom-Dynamomaschinen. Sammlung elektrotechnischer Vorträge, herausgegeben von Prof. Dr. Ernst Voit, X. Bd. Enke, Stuttgart 1907.

tierungsfeld zu berechnen. Ich schließe mich dabei an die Theorie der Kommutierung an, die Professor Ossanna in dem von ihm bearbeiteten Abschnitt der „Starkstromtechnik“ [1]) gibt. Soweit die im folgenden verwendeten Bezeichnungen mit denen der „Starkstromtechnik“ übereinstimmen, führe ich sie nicht besonders an; ich verweise auf das am Schluß beigegebene Verzeichnis.

Im übrigen sei

x der Abstand eines Punktes am Kommutatorumfang von der auflaufenden Kante der Bürste, gemessen in Lamellenteilungen.

U_x die Potentialdifferenz zwischen der Bürste und der Lamelle x (deren Mitte den Abstand x von der auflaufenden Kante hat).

J_x der Strom in derjenigen Spule, deren Enden an zwei von x gleich weit entfernte Lamellen angeschlossen sind. Dies sind, wie aus den Wicklungsformeln hervorgeht, sowohl für Wellen- als für Schleifenwicklung die Lamellen $x - \frac{a}{2p}$ und $x + \frac{a}{2p}$.

J_z der zusätzliche Kommutierungsstrom in einer Spule (positiv gerechnet bei Überkommutierung).

$M(J_z)$ der Mittelwert des zusätzlichen Kommutierungsstroms während der Dauer des Kurzschlusses.

J^c ein ideeller Kommutierungsstrom, definiert durch $J_c = 2a \cdot M(J_z)$.

ρ der spezifische Widerstand der Bürstenübergangsfläche $\left(\frac{1}{\rho}\right.$ die Leitfähigkeit pro $\left.cm^2\right)$.

R_b der Widerstand sämtlicher positiver Bürstenreihen.

H_c die Stärke des Kommutierungsfeldes.

H_{ci} die Stärke des für geradlinige Kommutierung erforderlichen „idealen Kommutierungsfeldes“.

Φ_c und Φ_{ci} die Kraftlinienzahlen dieser Felder pro Pol ($\Phi_c = L\, T_k\, v_a\, H_c$).

Ich setze voraus, daß das Kommutierungsfeld in der ganzen Kommutierungszone konstant sei; dann ist auch die von diesem

[1]) „Starkstromtechnik“, Taschenbuch für Elektrotechniker, herausgegeben von Rziha und Seidener; VII. Abschnitt: Dynamomaschinen. Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin. 2. Aufl. 1912.

Feld induzierte EMK e während der Dauer der Kommutierung konstant. Für jede kommutierende Spule gilt dann:

$$e - e_r = U_{x-\frac{a}{2p}} - U_{x+\frac{a}{2p}} \qquad (33)$$

Diese Gleichung gilt sowohl für Wellenwicklung als für Schleifenwicklung, wie aus den Fig. 16 (Schleifenwicklung) und 17 (Wellenwicklung) hervorgeht.

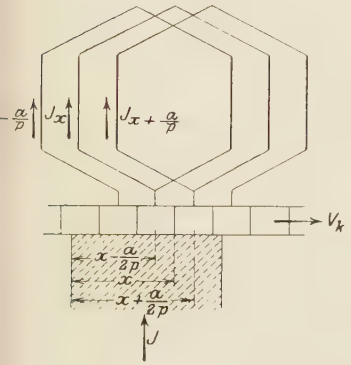

Fig. 16.

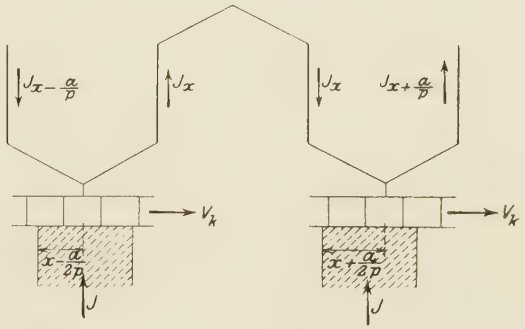

Fig. 17.

Der von der Bürste auf die Lamelle $x - \frac{a}{2p}$ übertretende Strom ist aber $= J_x - J_{x-\frac{a}{p}}$, folglich ist

$$e - e_r = \frac{\rho}{l_k\, t_k}\left|\left(J_x - J_{x-\frac{a}{p}}\right) - \left(J_{x+\frac{a}{p}} - J_x\right)\right| \qquad (33\,a)$$

Wenn die Zahl der gleichzeitig kommutierenden Spulen nicht allzu klein ist, können die hier vorkommenden Differenzen durch die Differentialquotienten ersetzt werden:

$$J_x - J_{x-\frac{a}{p}} = \frac{a}{p}\cdot\frac{t_k}{v_k}\left(\frac{dJ}{dt}\right)_{x-\frac{a}{2p}},$$

es ist also auch

$$e - e_r = \frac{\rho}{l_k\, t_k}\cdot\frac{a}{p}\cdot\frac{t_k}{v_k}\left|\left(\frac{dJ}{dt}\right)_{x-\frac{a}{2p}} - \left(\frac{dJ}{dt}\right)_{x+\frac{a}{2p}}\right| \qquad (33\,b)$$

oder

$$e - e_r = -\frac{\rho}{l_k t_k} \cdot \frac{a^2}{p^2} \cdot \frac{t_k^2}{v_k^2} \left(\frac{d^2 J}{dt^2}\right)_x \qquad (33\,c)$$

Bei diesem zweiten Differentialquotienten kann der Index auch fortgelassen werden, da er für konstantes e nach Gleichung 33 c unabhängig von der betrachteten Spule, also für die ganze Dauer des Kurzschlusses konstant ist. — Der Strom J setzt sich zusammen aus dem Strom bei geradliniger Kommutierung und dem zusätzlichen Kommutierungsstrom J_z; da für den ersteren offenbar der zweite Differentialquotient verschwindet, so ist

$$\frac{d^2 J}{dt^2} = \frac{d^2 J_z}{dt^2}$$

Aus Gleichung (33 c) folgt daher durch Integration, wenn man die Grenzbedingungen $J_z = 0$ für $t = 0$ und $t = T_k$ beachtet:

$$J_z = (e - e_r) \frac{l_k t_k p^2 v_k^2 T_k^2}{2 \rho a^2 t_k^2} \left\{ \frac{t}{T_k} - \left(\frac{t}{T_k}\right)^2 \right\} \qquad (33\,d)$$

Führt man hier den gesamten Widerstand der sämtlichen positiven Bürstenreihen ein:

$$R_b = \frac{\rho}{l_k b_k p}$$

und setzt man $T_k = \frac{b_k}{v_k}$, was um so genauer gilt, je größer die Zahl der gleichzeitig kommutierenden Spulen ist, so folgt

$$J_z = \frac{(e - e_r)\, p\, b_k}{2 R_b a^2 t_k} \left\{ \frac{t}{T_k} - \left(\frac{t}{T_k}\right)^2 \right\} \qquad (33\,e)$$

und

$$M(J_z) = \frac{1}{6} \cdot \frac{(e - e_r)\, p\, b_k}{2 R_b a^2 t_k} \qquad (33\,f)$$

J_z ist ein in einer Spule fließender Strom, wäre also zu vergleichen mit dem Spulenstrom $J_s = \frac{J_a}{2a}$. Als ideellen Kommutierungsstrom will ich deshalb den mit J_a selbst vergleichbaren Strom $J_c = 2a \cdot M(J_z)$ bezeichnen; dieser ist

$$J_c = \frac{(e - e_r)\, p\, b_k}{6 R_b a t_k}$$

Die EMK $e - e_r$ ist abhängig vom Kommutierungsfeld und zwar ist

$$\begin{aligned} e - e_r &= 2\,L\,b\,v_a\,(H_c - H_{c\,i}) \\ &= \frac{2\,b}{T_k}\,(\Phi_c - \Phi_{c\,i}) \\ &= \frac{2\,b\,\Omega\,t_k\,\frac{s}{c}}{2\,\pi\,b_k}\,(\Phi_c - \Phi_{c\,i}) \qquad (34) \end{aligned}$$

Hieraus folgt

$$\begin{aligned} J_c &= \frac{2\,b\,\frac{s}{c}\,p}{2\,\pi\,a \cdot 6\,R_b} \cdot \Omega\,(\Phi_c - \Phi_{c\,i}) \\ &= \frac{k}{6\,R_b} \cdot \Omega\,(\Phi_c - \Phi_{c\,i}) \qquad (35) \end{aligned}$$

k ist die auf S. 4 definierte Wicklungskonstante. Damit ist der Zusammenhang zwischen Kommutierungsfeld und Kommutierungsstrom gefunden.

Da die kommutierenden Spulen mit dem Hauptfeld verkettet sind, so wird auch die Änderung des Hauptfeldes EMKe in ihnen induzieren; wegen der geringen Frequenz der Feldschwingungen sind jedoch diese EMKe so klein, daß sie unbedenklich vernachlässigt werden dürfen. Ebenso dürfen auch die durch die Änderung des Kommutierungsfeldes in den sämtlichen Wicklungen induzierten EMKe vernachlässigt werden.

Das Kommutierungsfeld Φ_c ist abhängig vom Ankerstrom und (bei frei kommutierenden Motoren) vom Nebenschlußstrom; ich schreibe daher

$$\Phi_c = \Phi_{c\,0} + c'_a\,J_a + c'_n\,J_n \qquad (36)$$

Ist der Kreis des Kommutierungskraftflusses nicht gesättigt, so ist $\Phi_{c\,0} = 0$.

Das ideale Kommutierungsfeld, welches für geradlinige Kommutierung erforderlich ist, ist dagegen nur von J_a abhängig:

$$\Phi_{c\,i} = c'_{a\,i}\,J_a \qquad (37)$$

Der Einfluß des Kommutierungsstroms auf das Hauptfeld sei mit $-c_c$ bezeichnet; es gilt dann die Gleichung

$$\Phi = \Phi_0 + c_n\,J_n - c_a\,J_a - c_c\,J_c \qquad (38)$$

c_c hängt mit dem schon früher eingeführten c_n zusammen durch die Gleichung

$$c_c : c_n = \frac{s\,b}{8\,a\,p} \cdot \frac{b_k}{t_{pk}} : w_n \qquad (39)$$

Das von den Kommutierungsströmen entwickelte Drehmoment ist, wie man leicht einsieht,

$$D_c = k\,J_c\,\Phi_c \qquad (40)$$

Ich stelle nun die Differentialgleichungen für das Pendeln auf, wobei ich wieder die dem stationären Betrieb entsprechenden Werte der schwingenden Größen mit großen Buchstaben bezeichne, die Abweichungen hiervon mit kleinen. Um die Rechnung möglichst übersichtlich zu gestalten, will ich zunächst das von den Kurzschlußströmen herrührende Drehmoment vernachlässigen. In diesem Falle bleiben von den im ersten Abschnitt abgeleiteten Differentialgleichungen 1 c bis 4 c (S. 6) die ersten drei vollkommen bestehen:

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = k\,\Phi\,i_a + k\,J_a\,\varphi \qquad (1c)$$

$$r_a\,i_a + k\,\Phi\,\omega + k\,\Omega\,\varphi = 0 \qquad (2c)$$

$$r_n\,i_n + \frac{L_n}{c_n}\frac{d\varphi}{dt} = 0 \qquad (3c)$$

An die Stelle der Gleichung 4 tritt jetzt die Gleichung 38:

$$\varphi = c_n\,i_n - c_a\,i_a - c_c\,i_c \qquad (38a)$$

und neu kommen hinzu die Gleichungen 35, 36 und 37:

$$i_c = \frac{k}{6\,R_b}\,\Omega\,(\varphi_c - \varphi_{c\,i}) + \frac{k}{6\,R_b}\,(\Phi_c - \Phi_{c\,i})\,\omega \qquad (35a)$$

$$\varphi_c = c'_a\,i_a + c'_n\,i_n \qquad (36a)$$

$$\varphi_{c\,i} = c'_{ai}\,i_a \qquad (37a)$$

Ich führe jetzt in diese Gleichungen wieder die Konstanten T_m, T_n, ε_{ea}, $\varepsilon_{\varphi a}$ und $\varepsilon_{\varphi n}$ ein. Ferner bezeichne ich mit $\varepsilon_{\varphi c}$ die relative Änderung des Hauptfeldes mit dem Kommutierungsstrom, wobei als Maß für die Änderung des Kommutierungsstroms der Ankerstrom dienen soll; also $\varepsilon_{\varphi c} = \frac{c_c\,J_a}{\Phi}$

ε'_a die relative Änderung des Kommutierungsfeldes mit dem Ankerstrom, bezogen auf das ideale Kommutierungsfeld:

$$\varepsilon'_a = \frac{c'_a J_a}{\Phi_{ci}}$$

ε'_n die relative Änderung des Kommutierungsfeldes mit dem Erregerstrom: $\varepsilon'_n = \frac{c'_n J_n}{\Phi_{ci}}$

J_{c0} den Kommutierungsstrom bei Kommutierung im Felde Null:

$$J_{c0} = \frac{k\ \Omega\ \Phi_{ci}}{6\ R_b}$$

Damit nehmen die Gleichungen 1 c bis 3 c wieder die Form 1 e bis 3 e an (siehe S. 23):

$$T_m \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) = \frac{i_a}{J_a} + \frac{\varphi}{\Phi} \qquad (1e)$$

$$\varepsilon_{e\,a} \frac{i_a}{J_a} + \frac{\omega}{\Omega} + \frac{\varphi}{\Phi} = 0 \qquad (2e)$$

$$\varepsilon_{\varphi\,n} \frac{i_n}{J_n} + T_n \frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi}{\Phi}\right) = 0 \qquad (3e)$$

Die analoge Form der Gleichungen 35—38 ist:

$$\frac{\varphi}{\Phi} = \varepsilon_{\varphi\,n} \frac{i_n}{J_n} - \varepsilon_{\varphi\,a} \frac{i_a}{J_a} - \varepsilon_{\varphi\,c} \frac{i_c}{J_a} \qquad (38b)$$

$$\frac{i_c}{J_a} = \frac{J_{c0}}{J_a} \cdot \frac{\varphi_c - \varphi_{c\,i}}{\Phi_{ci}} + \frac{J_c}{J_a} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \qquad (35b)$$

$$\frac{\varphi_c}{\Phi_{c\,i}} = \varepsilon'_a \frac{i_a}{J_a} + \varepsilon'_n \frac{i_n}{J_n} \qquad (36b)$$

$$\frac{\varphi_{c\,i}}{\Phi_{c\,i}} = \frac{i_a}{J_a} \qquad (37b)$$

Aus den letzten 4 Gleichungen läßt sich i_c, φ_c und φ_{ci} elimi nieren; man erhält dann:

$$\frac{\varphi}{\Phi} = \left(\varepsilon_{\varphi\,n} - \varepsilon_{\varphi c} \frac{J_{c0}}{J_a} \varepsilon'_n\right) \frac{i_n}{J_n} -$$

$$- \left(\varepsilon_{\varphi\,a} + \varepsilon_{\varphi\,c} \frac{J_{c0}}{J_a} (\varepsilon'_a - 1)\right) \frac{i_a}{J_a} - \varepsilon_{\varphi\,c} \frac{J_c}{J_a} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \qquad (38c)$$

Berücksichtigt man die Kommutierungsströme, dann ist also die relative Änderung des Hauptfeldes mit dem Erregerstrom nicht mehr $\varepsilon_{\varphi n}$, sondern

$$\varepsilon_{\varphi nc} = \varepsilon_{\varphi n} - \varepsilon_{\varphi c} \frac{J_{c0}}{J_a} \varepsilon_n'$$

und die relative Änderung des Hauptfeldes mit dem Ankerstrom nicht mehr $\varepsilon_{\varphi a}$, sondern

$$\varepsilon_{\varphi ac} = \varepsilon_{\varphi a} + \varepsilon_{\varphi c} \frac{J_{c0}}{J_a} (\varepsilon_a' - 1) \qquad (42)$$

Die Induktanz der Erregerwicklung hat sich damit ebenfalls geändert; die Zeitkonstante ist jetzt

$$T_{nc} = \frac{\varepsilon_{\varphi nc}}{\varepsilon_{\varphi n}} \cdot T_n \qquad (43)$$

Mit diesen Bezeichnungen ist dann

$$\frac{\varphi}{\Phi} = \varepsilon_{\varphi nc} \frac{i_n}{J_n} - \varepsilon_{\varphi ac} \frac{i_a}{J_a} - \varepsilon_{\varphi c} \frac{J_c}{J_a} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \qquad (38\,d)$$

und

$$\varepsilon_{\varphi nc} \frac{i_n}{J_n} + T_{nc} \frac{d}{dt} \left(\frac{\varphi}{\Phi} \right) = 0 \qquad (3\,g)$$

Jetzt können die Gleichungen 1 e, 2 e, 3 g und 38 d wieder ganz wie früher behandelt werden; man erhält dann wieder eine Gleichung von der Form

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\varphi}{\Phi} \right) + a_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{\varphi}{\Phi} \right) + a_2 \frac{\varphi}{\Phi} = 0 \qquad (5\,b)$$

und darin ist jetzt

$$a_1 = \frac{\varepsilon_{ea} - \varepsilon_{\varphi ac}}{\varepsilon_{ea} T_{nc}} + \frac{1}{\varepsilon_{ea} T_m} \qquad (44)$$

und

$$a_2 = \frac{1 - \varepsilon_{\varphi ac} - (1 - \varepsilon_{ea}) \varepsilon_{\varphi c} \frac{J_c}{J_a}}{\varepsilon_{ea} T_{nc} T_m} \qquad (45)$$

Das Glied $(1 - \varepsilon_{ea}) \varepsilon_{\varphi c} \frac{J_c}{J_a}$ in Gleichung 45 ist stets klein gegen 1 und kann daher vernachlässigt werden; wenn im stationären

Betrieb richtig kommutiert wird, verschwindet es übrigens ganz. Sieht man von diesem Glied ab, dann unterscheiden sich die Gleichungen 44 und 45 von den früheren Gleichungen 6 (bzw. 6 a) und 7 nur dadurch, daß $\varepsilon_{\varphi ac}$ an die Stelle von $\varepsilon_{\varphi a}$ und T_{nc} an die Stelle von T_n getreten ist. Diese Änderung ist aber eine ganz andere bei Wendepolmotoren als bei frei kommutierenden Motoren.

Bei Wendepolmotoren hängt das Kommutierungsfeld nur vom Ankerstrom ab, es ist also $\varepsilon'_n = 0$ und damit $T_{nc} = T_n$. Ist die Wendepolwicklung so dimensioniert, daß bei stationärem Betrieb richtig kommutiert wird, und sind die Wendepole und das Joch nicht gesättigt, dann ist außerdem $\varepsilon'_a = 1$, es unterscheidet sich also $\varepsilon_{\varphi ac}$ nicht von $\varepsilon_{\varphi a}$. Für solche Motoren gelten daher ohne jede Änderung die Formeln der früheren Abschnitte.

Ist die Wendepolwicklung zu stark, so daß Überkommutierung eintritt, dann ist $\varepsilon'_a > 1$, es wird also $\varepsilon_{\varphi ac} > \varepsilon_{\varphi a}$; umgekehrt wird bei Unterkommutierung $\varepsilon_{\varphi ac} < \varepsilon_{\varphi a}$. Dadurch wird im ersteren Falle, bei Überkommutierung, die Pendelgefahr erhöht (a_1 verkleinert), im letzteren Falle, bei Unterkommutierung, die Pendelgefahr vermindert (a_1 vergrößert).

Sind die Wendepole oder das Joch merklich gesättigt, dann ist auch $\varepsilon'_a < 1$; es tritt also ebenfalls eine Verminderung der Pendelgefahr ein.

Bei frei kommutierenden Motoren ist dagegen ε'_a negativ, da das Ankerfeld in der Kommutierungszone dem richtigen Kommutierungsfeld entgegengesetzt gerichtet ist. In diesem Fall kann der Unterschied zwischen $\varepsilon_{\varphi ac}$ und $\varepsilon_{\varphi a}$ sehr erheblich werden, und zwar ist $\varepsilon_{\varphi ac} < \varepsilon_{\varphi a}$, die Pendelgefahr ist also geringer als bei Wendepolmaschinen. Die Größe dieses Unterschiedes hängt außer von ε'_a auch von $\varepsilon_{\varphi c}$ und von $\frac{J_{c0}}{J_a}$ ab (siehe Gleichung 42). Nun ist

$$\varepsilon_{\varphi c} = \frac{c_c J_a}{\Phi} = \frac{c_n}{w_n} \cdot \frac{s\,b}{8\,a\,p} \cdot \frac{b_k}{t_{pk}} \cdot \frac{J_a}{\Phi} = \varepsilon_{\varphi n} \cdot \frac{A\,W_a}{A\,W_m} \cdot \frac{b_k}{t_{pk}}$$

und

$$\frac{J_{c0}}{J_a} = \frac{k\,\Phi_{ci}\,\Omega}{6\,R_b\,J_a} = \frac{E}{6\,E_b} \cdot \frac{\Phi_{ci}}{\Phi} = \frac{1}{6} \cdot \frac{E}{E_b} \cdot \frac{b_k}{t_{pk}} \cdot \frac{H_{ci}}{\alpha\,H},$$

wenn man mit E_b den Spannungsabfall an einer Bürste und mit $E = k \Phi \Omega$ die Gegen-EMK des Motors bezeichnet. Die Verminderung der Pendelgefahr beim frei kommutierenden Motor gegenüber dem Wendepolmotor ist also um so größer, je breiter die Bürsten sind $\left(\frac{b_k}{t_{pk}}\right)$, je geringer der Spannungsverlust an den Bürsten ist $\left(\frac{E_b}{E}\right)$, je größer die Induktanz der kommutierenden Spulen ist $\left(\frac{H_{ci}}{\alpha H}\right)$, je kleiner das Verhältnis der Magnet-AW zu den Anker-AW ist $\left(\frac{AW_m}{AW_a}\right)$, und je weniger die Maschine gesättigt ist ($\varepsilon_{\varphi n}$); oder kürzer: je mehr die zusätzlichen Kommutierungsströme sich ausbilden können $\left(\frac{J_{c0}}{J_a}\right)$, und je stärker sie das Hauptfeld beeinflussen können ($\varepsilon_{\varphi c}$).

Der Unterschied zwischen T_n und T_{nc} ist auch bei frei kommutierenden Motoren nicht erheblich; von wesentlichem Einfluß auf die Pendelgefahr ist nur der eben besprochene Unterschied zwischen $\varepsilon_{\varphi ac}$ und $\varepsilon_{\varphi a}$.

Was auf S. 11—14 über den Einfluß der Feldstärke, des Trägheitsmomentes, des Widerstandes im Ankerstromkreis, der Tourenzahl, der Kompoundwicklung, des magnetischen Widerstandes, der Sättigung und der Zeitkonstanten der Erregerwicklung gesagt wurde, bleibt alles auch dann bestehen, wenn die Kommutierungsströme nicht mehr vernachlässigt werden; dagegen bedarf der Einfluß der Bürstenstellung jetzt einer erneuten Untersuchung. Nur bei frei kommutierenden Motoren ist der Einfluß der Bürstenstellung erschöpft mit dem früher Gesagten: Durch Bürstenverschiebung nach rückwärts entstehen im Polzwischenraum feldschwächende Amperewindungen, wodurch die Gefahr des Pendelns erhöht wird. Bei Wendepolmotoren aber kommen noch andere Wirkungen der Bürstenverschiebung hinzu:

Verschiebt man die Bürsten eines Wendepolmotors nach rückwärts, so muß ein Teil des Wendepolfeldes (so weit es sich jetzt nicht mehr in der kommutierenden Zone befindet) dem Hauptfeld zugerechnet werden. Dieses Feld ist aber dem Haupt-

feld entgegengesetzt gerichtet (siehe Fig. 15); und da es dem Ankerstrom proportional ist, so tritt jetzt eine Schwächung des Hauptfeldes durch den Ankerstrom ein, die bei der Bürstenstellung unter der Wendepolmitte noch nicht vorhanden war, d. h. die gesamte Schwächung des Hauptfeldes durch den Ankerstrom ist jetzt stärker als bei normaler Bürstenstellung. Dadurch allein würde also die Pendelgefahr bei Rückwärtsverschiebung der Bürsten stärker erhöht und bei Vorwärtsverschiebung stärker vermindert werden, als es schon bei frei kommutierenden Motoren der Fall ist.

Dem gegenüber steht aber noch eine zweite Wirkung der Bürstenverschiebung bei Wendepolmotoren: Verschiebt man die Bürsten eines Wendepolmotors nach vorwärts oder rückwärts, so liegen die kommutierenden Spulen nicht mehr vollständig unter dem Wendepol, sondern zum Teil in dem Zwischenraum zwischen Hauptpol und Wendepol. Hier ist aber das von den Wendepol-AW herrührende Feld schwächer als unter dem Wendepol selbst; d. h. ε'_a ist kleiner als wenn die Bürsten unter der Mitte des Wendepols stehen. Eine Abnahme von ε'_a verursacht aber nach Gleichung 42 eine Abnahme von $\varepsilon_{\gamma\,ac}$ und damit nach Gleichung 44 eine Verringerung der Pendelgefahr. Hierdurch wird also bei Bürstenverschiebung nach rückwärts die sonst eintretende Erhöhung der Pendelgefahr vermindert oder ganz wieder aufgehoben, während bei Bürstenverschiebung nach vorwärts die Verminderung der Pendelgefahr noch größer wird als es sonst schon der Fall wäre.

Nun ist freilich bei einem Motor mit richtig dimensionierter Wendepolwicklung eine Verschiebung der Bürsten nur so weit zulässig, als die kommutierenden Spulen das Wendepolfeld nicht verlassen. In diesem Falle bleibt dauernd $\varepsilon'_a = 1$; bei einer Bürstenverschiebung nach rückwärts, die sich in diesen Grenzen hält, muß also tatsächlich eine Erhöhung der Pendelgefahr eintreten. Ist dagegen infolge falscher Dimensionierung der Wendepolwicklung das Wendepolfeld zu stark, dann muß man, um günstigste Kommutierung zu erreichen, die Bürsten so weit nach rückwärts verschieben, bis die kommutierenden Spulen zum Teil außerhalb des Wendepolfeldes liegen. Das Kommutierungsfeld nimmt dann ungefähr die in Fig. 18 gezeichnete Lage an. In diesem Falle wird also nach dem oben Gesagten keine, oder

wenigstens keine so starke Erhöhung der Pendelgefahr eintreten, wie bei einer Bürstenverschiebung innerhalb der Zone des Wendepolfeldes; der Motor nähert sich vielmehr in seinem Verhalten dem eines frei kommutierenden Motors. — Eine Bürstenverschiebung nach vorwärts kommt auch bei zu reichlich dimensionierter Wendepolwicklung nicht in Betracht, weil dadurch die kommutierenden Spulen in das sehr rasch abnehmende Feld zwischen Wendepol und Hauptpol entgegengesetzter Polarität kommen würden.

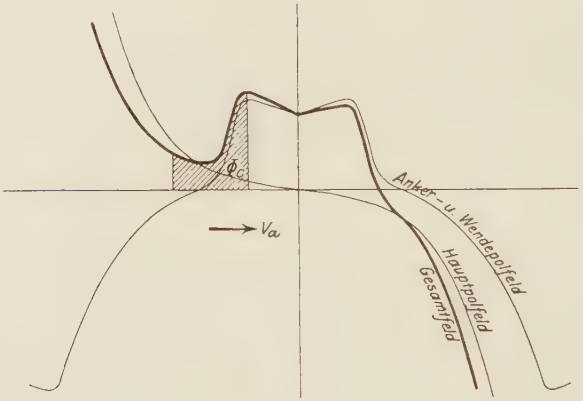

Fig. 18.

Bei den bisherigen Untersuchungen wurde das von den Kurzschlußströmen herrührende Drehmoment vernachlässigt. Um den Einfluß dieser Größe abschätzen zu können, soll jetzt die Rechnung auch unter Berücksichtigung derselben wenigstens für einen einfachen Spezialfall durchgeführt werden. Es sei nämlich angenommen, daß bei schwingungsfreiem Betrieb ideale Kommutierung erreicht sei, daß also $J_c = 0$ und $\Phi_c = \Phi_{ci}$ sei. Dann ist das Drehmoment der Kommutierungsströme bei schwingungsfreiem Betrieb nach Gleichung 40

$$D_c = k \Phi_c J_c = 0$$

und während des Pendelns

$$D_c + d_c = d_c = k (\Phi_c + \varphi_c) i_c = \sim k \Phi_c i_c = k \Phi_{ci} i_c$$

An die Stelle der Gleichung 1 c (S. 6) tritt also jetzt die folgende Gleichung:

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = k \Phi i_a + k J_a \varphi - k \Phi_{ci} i_c \qquad (46)$$

Schon aus dieser Gleichung läßt sich erkennen, daß der Einfluß des Drehmoments der Kommutierungsströme nicht groß sein kann; denn da das Kommutierungsfeld Φ_{ci} stets klein ist gegen Φ $\left(\text{es ist } \Phi_{ci} = \Phi \cdot \frac{H_{ci}}{\alpha H} \cdot \frac{b_k}{t_{pk}}\right)$, so wird auch das in Gleichung 46 neu hinzugekommene Glied $k \Phi_{ci} i_c$ stets klein sein gegen $k \Phi i_a$, es sei denn, daß i_c wesentlich größer als i_a wäre, was nicht zu erwarten ist. Behandelt man die Gleichung 46 und die auch jetzt noch gültigen Gleichungen 2 c, 3 c und 35 a bis 38 a ganz in der schon mehrmals durchgeführten Weise, so findet man auch tatsächlich für a_1 eine Formel, die von Formel 44 im allgemeinen wenig abweicht, nämlich

$$a_1 = \frac{\varepsilon_{ea} - \varepsilon_{\varphi ac}}{\varepsilon_{ea} T_{nc}} + \\ + \frac{1}{\varepsilon_{ea} T_m} \cdot \left(1 - \frac{\Phi_{ci}}{\Phi} \cdot \frac{J_{c0}}{J_a} (\varepsilon'_a + \varepsilon'_n \frac{\varepsilon_{\varphi ac}}{\varepsilon_{\varphi nc}} - 1)\right) \qquad (47)$$

Hier ist das neu hinzugekommene Glied $\frac{\Phi_{ci}}{\Phi} \cdot \frac{J_{c0}}{J_a} \left(\varepsilon'_a + \varepsilon'_n \frac{\varepsilon_{\varphi ac}}{\varepsilon_{\varphi nc}} - 1\right)$ im allgemeinen klein gegen 1; denn $\frac{\Phi_{ci}}{\Phi}$ liegt in der Größenordnung von 0,01, $\frac{J_{c0}}{J_a}$ dürfte kaum wesentlich größer als 1—2 werden und der Klammerausdruck ist bei Wendepolmotoren $= 0$ ($\varepsilon'_n = 0$, $\varepsilon'_a = 1$) und bei frei kommutierenden Motoren etwa $= -2$ ($\varepsilon'_a = -1$ bis -2, $\varepsilon'_n = 1 - \varepsilon'_a$). Bei Wendepolmotoren mit richtiger Kommutierung wird also das Pendeln durch das Drehmoment der Kommutierungsströme nicht beeinflußt. Bei frei kommutierenden Motoren wird die Pendelgefahr durch dieses Drehmoment noch weiter verringert, denn das neu hinzugekommene Glied in Gleichung 47 ist hier positiv; doch ist die Änderung in den meisten Fällen sehr gering.

Ein anschauliches Bild von den Veränderungen der sämtlichen schwingenden Größen gibt auch hier wieder das Vektordiagramm.

Fig. 19 stellt das Vektordiagramm des Pendelns für einen überkommutierenden Wendepolmotor dar, Fig. 20 für einen richtig kommutierenden Motor ohne Wendepole. Ein Teil dieses Diagramms ist in Fig. 20 a in vergrößertem Maßstab wiedergegeben. Die der Diagrammkonstruktion zugrunde gelegten Motorkonstanten sind folgende:

Für den Wendepolmotor (Fig. 19):

$\varepsilon_{ea} = 0{,}07$ $\quad T_n = 0{,}30$ sec $\quad \varepsilon'_n = 0$ $\quad \frac{\Phi_{ci}}{\Phi} = 0{,}05$

$\varepsilon_{\varphi a} = 0{,}25$ $\quad T_m = 1{,}5$ sec $\quad \varepsilon'_a = 1{,}2$ $\quad \frac{\Phi_c}{\Phi} = 0{,}06$

$\varepsilon_{\varphi n} = 0{,}8$ $\quad \frac{J_{c0}}{J_a} = 1{,}5$

$\varepsilon_{\varphi c} = 0{,}10$ $\quad \frac{J_c}{J_a} = 0{,}3$

Hieraus ergibt sich:

$\varepsilon_{\varphi ac} = 0{,}28$ $\quad \varepsilon_{\varphi nc} = \varepsilon_{\varphi n} = 0{,}8$ $\quad T_{nc} = T_n = 0{,}3$ sec

$a_1 = -0{,}94$ $\quad a_2 = 19{,}9$

$p = +0{,}4$ $\quad q = 4{,}44$ (Schwingungsdauer $T = 1{,}42$ sec)

Für den frei kommutierenden Motor (Fig. 20):

$\varepsilon_{ea} = 0{,}05$ $\quad T_n = 0{,}42$ sec $\quad \varepsilon'_n = 2{,}5$ $\quad \frac{\Phi_{ci}}{\Phi_c} = 0{,}05$

$\varepsilon_{\varphi a} = 0{,}35$ $\quad T_m = 1{,}5$ sec $\quad \varepsilon'_a = -1{,}5$ $\quad \frac{\Phi_c}{\Phi} = 0{,}05$

$\varepsilon_{\varphi n} = 0{,}7$ $\quad \frac{J_{c0}}{J_a} = 0{,}8$

$\varepsilon_{\varphi c} = 0{,}05$ $\quad \frac{J_c}{J_a} = 0$

Hieraus ergibt sich:

$\varepsilon_{\varphi ac} = 0{,}25$ $\quad \varepsilon_{\varphi nc} = 0{,}6$ $\quad T_{nc} = 0{,}36$ sec

$a_1 = +3{,}0 \qquad a_2 = 31{,}5$

$p = -1{,}5 \qquad q = 5{,}41 \qquad$ (Schwingungsdauer $T = 1{,}16$ sec)

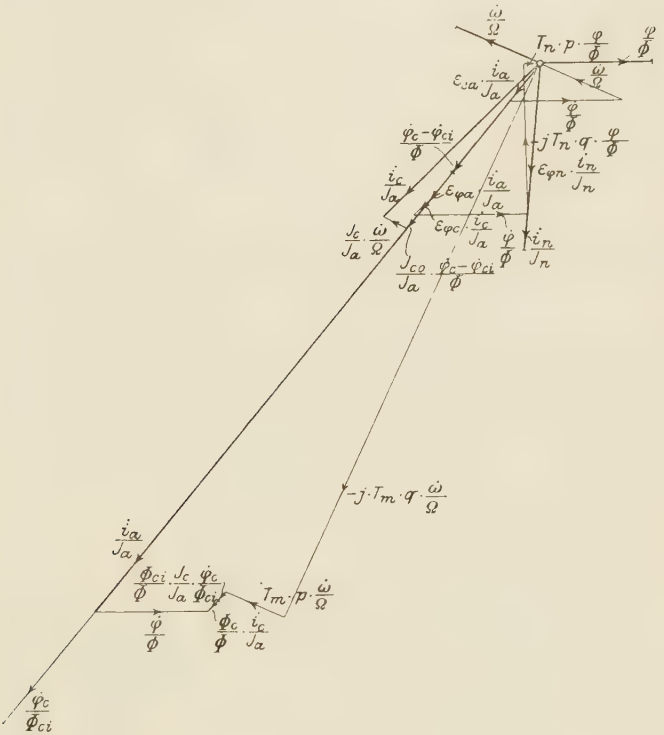

Fig. 19.

Bei dem Wendepolmotor wurde $\varepsilon_{\varphi c}$ und $\frac{J_{c0}}{J_a}$ größer angenommen als bei dem frei kommutierenden Motor; damit ist dem Umstand Rechnung getragen, daß man bei Wendepolmotoren breitere und weichere Bürsten zu verwenden und weniger AW auf die Hauptpole zu legen pflegt als bei Motoren ohne Wendepole. Diese letztere Tatsache bedingt auch den Unterschied in der Annahme von T_n und von $\varepsilon_{\varphi n}$ bei den beiden Motoren. Da der Widerstand im Ankerstromkreis des Wendepolmotors durch die Wendepolwicklung vermehrt wird, so ist hier ε_{ea} etwas größer angenommen als beim frei kommutierenden Motor. Dagegen

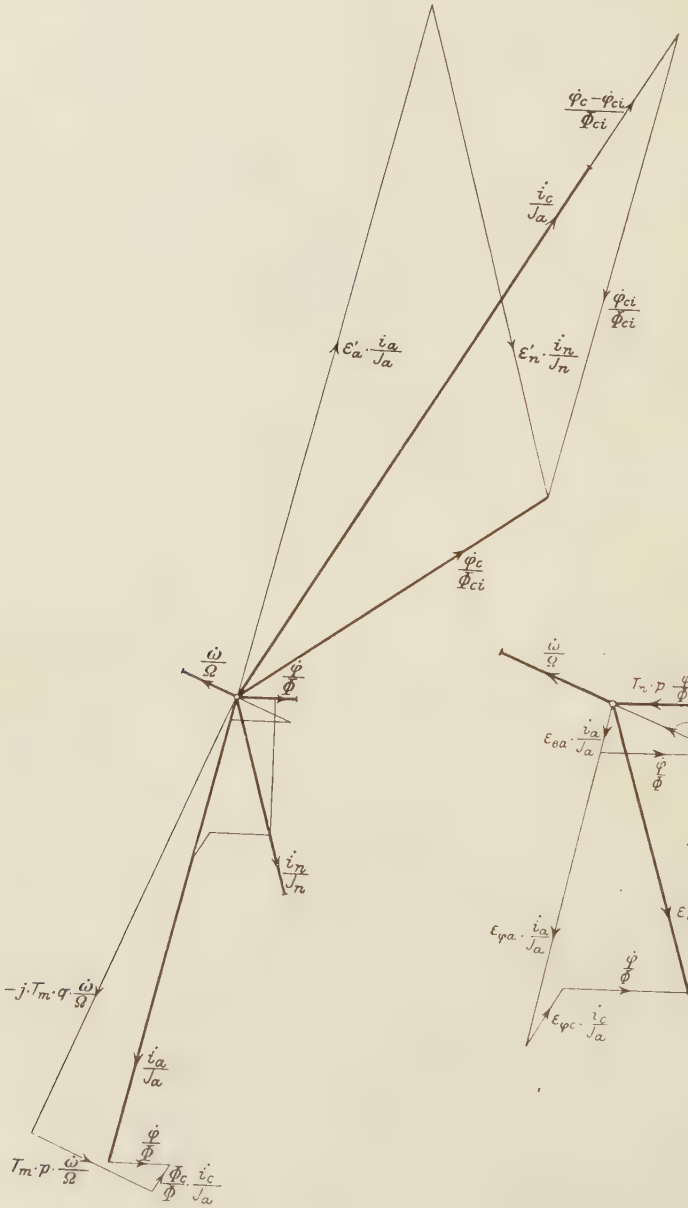

Fig. 20.

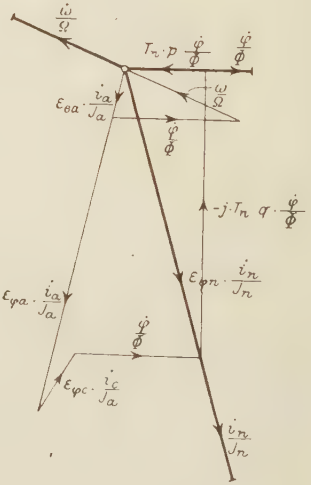

Fig. 20a.

ist der Unterschied in der Annahme von $\varepsilon_{\varphi a}$ nicht in der Natur der Motoren begründet; man mag deshalb annehmen, daß der frei kommutierende Motor eine Gegenkompoundwicklung trage.

Man sieht aus den Diagrammen, daß die Schwingung des zusätzlichen Kommutierungsstroms $\left(\frac{i_c}{J_a}\right)$ beim überkommutierenden Wendepolmotor ungefähr dieselbe Phase aufweist wie die Schwingung des Ankerstroms $\left(\frac{i_a}{J_a}\right)$ und daß sie dieser gegenüber klein ist (bei richtiger Kommutierung verschwindet sie ganz); während sie beim frei kommutierenden Motor die entgegengesetzte Phase hat und von derselben Größenordnung oder noch größer als die Schwingung des Ankerstroms ist.

Die Diagramme sind unter Berücksichtigung auch des Drehmoments der Kommutierungsströme gezeichnet: man sieht, daß der Vektor, der die Schwingung dieses Drehmoments darstellt, beim Wendepolmotor außerordentlich klein und auch beim frei kommutierenden Motor wesentlich kleiner ist als die Vektoren, die die Schwingung der übrigen Drehmomente darstellen.

B. Versuche.

Die im Anschluß an die hier entwickelte Theorie angestellten Versuche hatten einen doppelten Zweck: Erstens sollten die Hauptformeln 6 und 7 (S. 7), bzw. 44 und 45 (S. 46) auf ihre auch quantitative Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen geprüft werden, und zweitens sollten einige Erscheinungen, die der zahlenmäßigen Erfassung weniger leicht zugänglich sind und deren Einfluß in der vorgetragenen Theorie nur angedeutet werden konnte, wenigstens qualitativ erforscht werden.

Eine solche Erscheinung ist vor allem die Sättigung in den Wendepolen. Da die Änderungen des Kommutierungsfeldes während des Pendelns verhältnismäßig groß sind, so ist die Sättigung während des Pendelns in jedem Moment eine andere. Es ist also zu erwarten, daß nicht nur die Dämpfungskonstante sehr stark von der Amplitude der Schwingungen abhängig sein wird (siehe unten, S. 71), sondern daß sogar eine Abweichung der Schwingungen von dem sinusförmigen Verlauf eintreten wird.

Eine zahlenmäßige Übereinstimmung mit der Theorie ist jedenfalls viel eher bei einem frei kommutierenden Motor zu erwarten, weil bei diesem die Sättigung im Kreis des Kommutierungskraftflusses wesentlich geringer sein muß als bei einem Wendepolmotor. Aus diesem Grunde wurden die Versuche, durch die die Formeln 44 und 45 auf ihre zahlenmäßige Richtigkeit geprüft werden sollten, an einem frei kommutierenden Motor durchgeführt.

1. Versuche an einem frei kommutierenden Motor.

Zu diesen Versuchen wurde ein 4 poliger Nebenschlußmotor der Brown-Boveri A.-G. für 220 Volt, 6 PS., 1500 Touren, 25 Amp. verwendet. Dieser Motor ist an sich natürlich vollkommen stabil; er wurde durch Einschalten einer Gegenkompoundwicklung, die bei normalem Strom ungefähr 35 % der AW der Nebenschlußwicklung kompensierte, in das Gebiet der schwach gedämpften und negativ gedämpften Pendelungen gebracht.

Für diesen Motor wurde zunächst die zu erwartende Dämpfungskonstante p und die Schwingungsdauer T der Pendelungen für verschiedene Belastungen und Tourenzahlen berechnet. Dazu wurden die Formeln 44 und 45 mit einigen Vereinfachungen verwendet: es wurde nämlich statt mit T_{nc} mit T_n gerechnet und es wurde das von $\frac{J_c}{J_a}$ abhängige Glied in Formel 45 vernachlässigt. Ferner wurden an Stelle von ε_{ea}, $\varepsilon_{\varphi ac}$ und T_m, die sehr stark von der jeweiligen Belastung des Motors abhängen, die Konstanten

$$\bar{\varepsilon}_{ea} = \varepsilon_{ea} \frac{(J_a)_{normal}}{J_a} = \frac{r_a \cdot (J_a)_{normal}}{k \Phi \Omega}$$

$$\bar{\varepsilon}_{\varphi ac} = \varepsilon_{\varphi ac} \frac{(J_a)_{normal}}{J_a} = \frac{\left(c_a + c_c \frac{J_{c0}}{J_a} (\varepsilon'_a - 1)\right) \cdot (J_a)_{normal}}{\Phi}$$

und

$$\bar{T}_m = T_m \frac{J_a}{(J_a)_{normal}} = \frac{\Theta \Omega}{k \Phi (J_a)_{normal}}$$

in die Rechnung eingeführt. Da in den Formeln 44 und 45 nur solche Quotienten und Produkte dieser Konstanten vorkommen, in denen der Umrechungsfaktor $\frac{(J_a)_{normal}}{J_a}$ wieder herausfällt, so ist dies ohne weiteres zulässig. Die vereinfachten Formeln, nach denen a_1 und a_2, bzw. p und T berechnet wurden, lauten demnach:

$$a_1 = \frac{\bar{\varepsilon}_{ea} - \bar{\varepsilon}_{\varphi ac}}{\bar{\varepsilon}_{ea}\, T_n} + \frac{1}{\bar{\varepsilon}_{ea}\, \bar{T}_m} \qquad (44\,a)$$

und

$$a_2 = \frac{1 - \bar{\varepsilon}_{\varphi ac} \frac{J_a}{(J_a)_{normal}}}{\bar{\varepsilon}_{ea}\, T_n \bar{T}_m} \qquad (45\,a)$$

Um $\bar{\varepsilon}_{\varphi ac}$ berechnen zu können, muß man die Abhängigkeit des Feldes Φ vom Ankerstrom J_a kennen, wie sie beim wirklichen Betriebe, also unter Mitwirkung der Kommutierungsströme, zustande kommt. Zu diesem Zwecke wurden einige Bremsreihen bei konstantem Erregerstrom und variabler Belastung aufgenommen. Zur Vermeidung des Pendelns wurde bei diesen Messungen dem Motor ein Widerstand vorgeschaltet. Der Widerstand des Ankers selbst (einschließlich Kompoundwicklung) betrug 0,63 Ohm; die Wicklungskonstante des Motors war k = 177,6 $\left(\frac{s}{c} = 93,\ b = 3,\ a = 1,\ p = 2\right)$. Aus der dem Motor zugeführten Spannung und der Tourenzahl wurde dann das Feld des Motors berechnet:

$$\Phi = \frac{\Delta_a - r_a J_a}{k\, \Omega}.$$

Fig. 21 zeigt die so gefundenen Motorfelder Φ als Funktion des Ankerstroms J_a für verschiedene Erregerströme J_n. Aus der Tangente dieser Kurven läßt sich nun $\bar{\varepsilon}_{\varphi ac}$ leicht bestimmen (siehe Fig. 6, S. 16). Die Resultate zeigt Fig. 22, in welcher $\varepsilon_{\varphi ac}$ als Funktion des Erregerstroms J_n für verschiedene Drehmomente aufgetragen ist. Da eine kleine Ungenauigkeit bei der Zeichnung der Feldkurven in Fig. 21 schon eine ziemlich bedeutende Änderung der Tangente hervorzubringen vermag, so ist die Genauigkeit

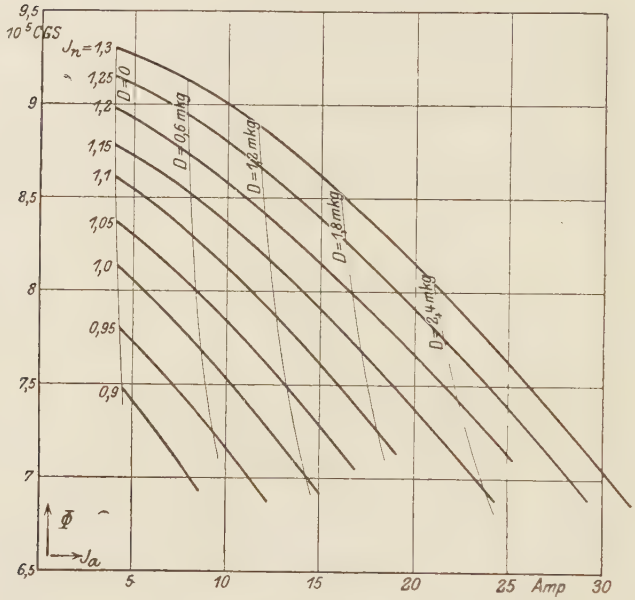

Fig. 21.

der Werte von $\bar{\varepsilon}_{\varphi\,ac}$ natürlich nicht allzu groß. Dies zeigt sich auch darin, daß nicht alle berechneten Werte von $\bar{\varepsilon}_{\varphi\,ac}$ sehr gut auf den in Fig. 22 eingetragenen Kurven liegen.

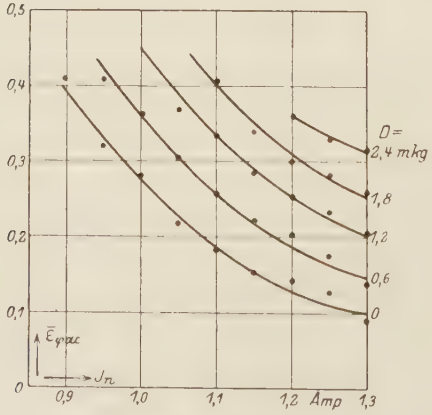

Fig. 22.

Zur Berechnung des prozentualen Spannungsabfalls $\bar{\varepsilon}_{ea}$ mußte zunächst der dem Motor vorgeschaltete Leitungswiderstand gemessen werden. Dies geschah durch Messen der Spannung an den Enden der Leitung bei verschiedener Belastung; es ergab sich der Leitungswiderstand zu 0,25 Ohm. Der gesamte Widerstand im Ankerstromkreis war

also $r_a = 0{,}88$ Ohm. Mit diesem Werte ist die in Fig. 23 aufgetragene Kurve $\bar{\varepsilon}_{ea} = f(J_a)$ berechnet nach der Formel

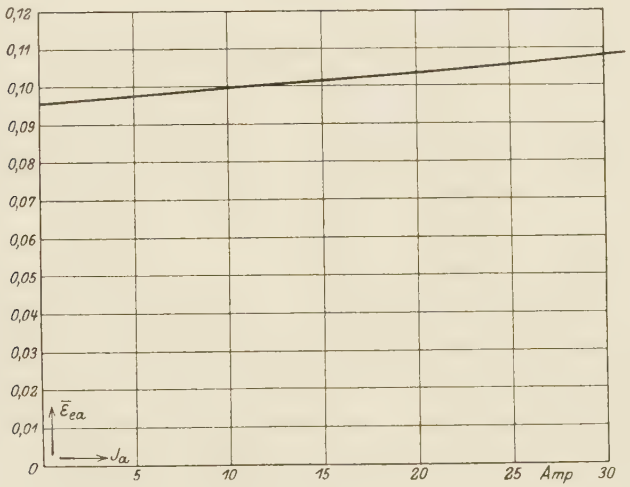

Fig. 23.

$$\bar{\varepsilon}_{ea} = \frac{r_a \cdot (J_a)_{normal}}{k\,\Phi\,\Omega} = \frac{r_a \cdot (J_a)_{normal}}{\Delta_a - r_a J_a} = \frac{0{,}88 \cdot 25}{230 - 0{,}88 \cdot J_a}$$

Die Zeitkonstante T_n hätte ebenfalls aus den durch die Bremsungen gewonnenen Werten des Feldes berechnet werden können, wenn man diese als Funktion des Erregerstroms für konstanten Belastungsstrom aufgetragen hätte. Da aber T_n auch von der Streuung abhängt [$L_n = c_n w_n = c_n \cdot 2\,p\,w_n\,(1 + \sigma)$] und eine Schätzung der Streuung doch immer ungenau gewesen wäre, so wurde es vorgezogen, T_n aus der mit ballistischem Galvanometer (also einschließlich Streuung) aufgenommenen magnetischen Charakteristik zu bestimmen. Dabei wurde angenommen, daß L_n bei konstantem Feld Φ ebenfalls konstant, also unabhängig von der Feldverzerrung sei. Fig. 24 zeigt die ballistisch aufgenommene magnetische Charakteristik [$\Phi\,(1 + \sigma)\,f(J_n)$] und gleichzeitig auch die aus der EMK berechnete Leerlaufcharakteristik [$\Phi = f(J_n)$]. Aus diesen Kurven ist die in Fig. 25 aufgetragene Induktanz der Erregerwicklung berechnet nach der Formel $L_n = 2\,p\,w_n\,(1 + \sigma) \cdot c_n$ (siehe auch Fig. 2).

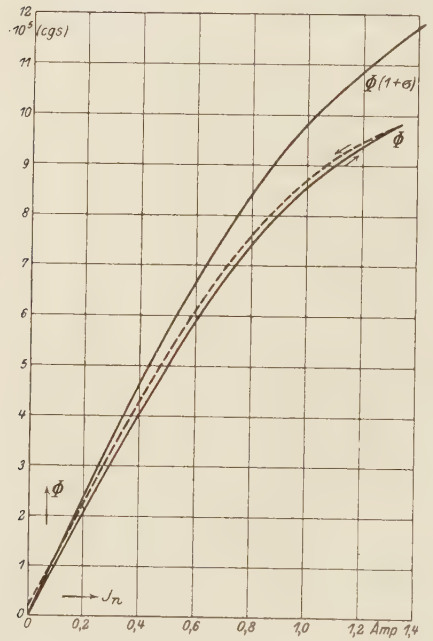

Fig. 24.

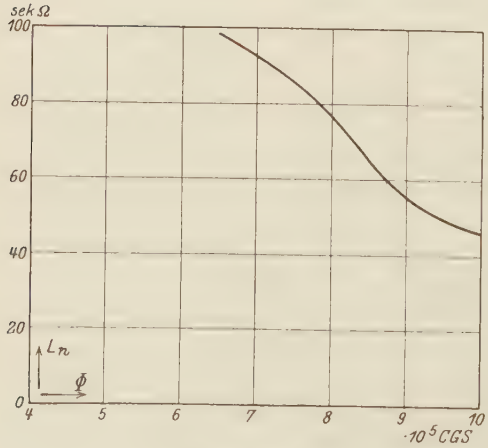

Fig. 25.

Die Windungszahl der Nebenschlußwicklung war bekannt: $w_n = 2714$. Aus L_n kann dann leicht auch die Zeitkonstante T_n berechnet werden:

$$T_n = \frac{L_n}{r_n} = \frac{L_n J_n}{\Delta_n} = \frac{L_n J_n}{230}.$$

Zur Berechnung der mechanischen Zeitkonstante T_m mußte vor allem das Trägheitsmoment des Motorankers einschließlich Bremsscheibe gemessen werden. Zu diesem Zwecke wurde die bei Leerlauf von dem Motor aufgenommene Leistung gemessen und unmittelbar anschließend die Auslaufkurve mittels eines Tachographen aufgenommen. Sind V_L die Leerlaufverluste nach Abzug der Stromwärmeverluste, und ist $\frac{d\Omega}{dt}$ die aus dem Tachogramm ermittelte Abnahme der Winkelgeschwindigkeit mit der Zeit bei der Winkelgeschwindigkeit Ω, bei welcher auch die Verluste V_L gemessen

wurden, dann ist das Reibungsdrehmoment

$$D_r = \frac{V_L}{\Omega} = \Theta \frac{d\Omega}{dt}.$$

Hieraus kann Θ berechnet werden. Es ergab sich für den Anker des untersuchten Motors einschließlich Bremsscheibe und Tachograph ein Trägheitsmoment von $\Theta = 0{,}52 \cdot 10^7$ C G S (0,52 kgm^2), wovon 0,21 kgm^2 auf die Bremsscheibe entfallen. Damit kann nun auch $\overline{T}_m$ berechnet werden nach der Formel

$$\overline{T}_m = \frac{\Theta\ \Omega}{k\,\Phi\,(J_a)_{normal}} = \frac{\Theta\,(\Delta_a - r_a\,J_a)}{k^2\,\Phi^2\,(J_a)_{normal}}.$$

Da aber $\overline{T}_m$ in den Gleichungen 44 a und 45 a nur in der Kombination $\frac{1}{\bar{\varepsilon}_{e\,a}\,\overline{T}_m}$ vorkommt, so genügt auch die wesentlich einfachere Berechnung dieses Ausdrucks. Es ist

$$\frac{1}{\bar{\varepsilon}_{e\,a}\,\overline{T}_m} = \frac{k^2\,\Phi^2}{\Theta\,r_a};$$

diese Größe ist also nur von Φ abhängig; und da aus Fig. 21 das Feld für jeden Erregerstrom und jeden Belastungsstrom entnommen werden kann, so kann auch $\frac{1}{\bar{\varepsilon}_{ea}\,\overline{T}_m}$ für jeden möglichen Fall berechnet werden.

Mit Hilfe dieser Konstanten wurde nun die Dämpfungskonstante p nach Gleichung 44 a und 10 für verschiedene Erregerströme J_n und Belastungsströme J_a berechnet. Die Resultate zeigen die mit A bezeichneten Kurven in den Fig. 26—31, welche die berechneten Dämpfungskonstanten p als Funktion von J_a für konstanten Erregerstrom J_n darstellen. Die mit A bezeichneten Kurven in den Fig. 32—37 stellen für dieselben Werte von J_n und J_a die nach Gleichung 45 a und 11 berechneten Werte der Schwingungsdauer T dar.

Um diese Kurven experimentell nachzuprüfen, wurden nun bei verschiedenen Erregungen und Belastungen durch elektrische Stöße (plötzliches Aus- und Wiedereinschalten eines Widerstandes im Erregerstromkreis oder Ausschalten der letzten Stufe des Anlaßwiderstandes) Pendelungen hervorgerufen und die Schwin-

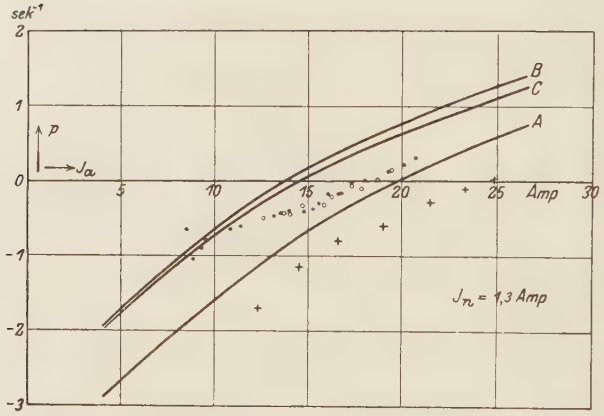

Fig. 26.

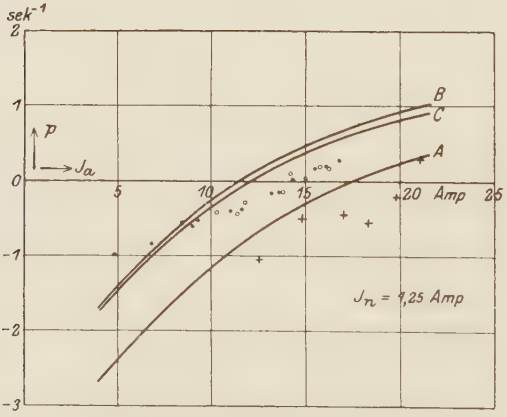

Fig. 27.

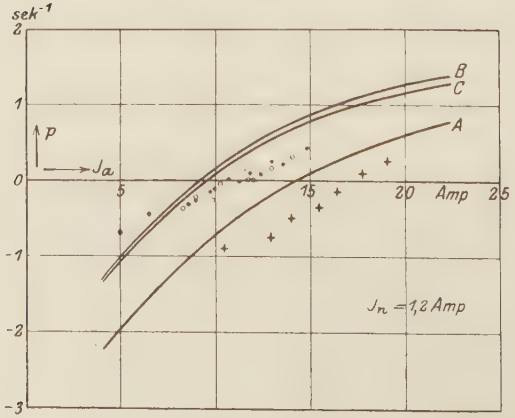

Fig. 28.

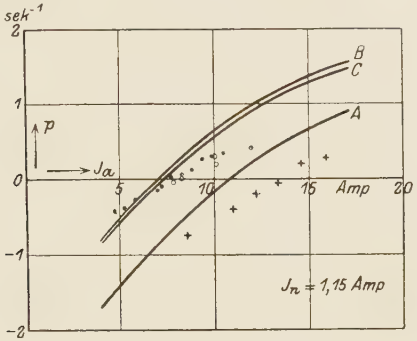

Fig. 29.

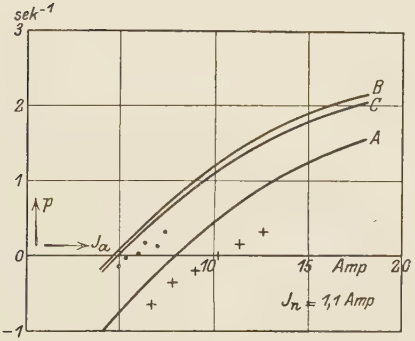

Fig. 30.

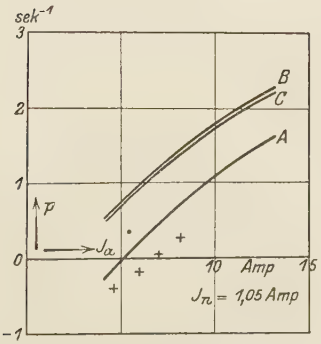

Fig. 31.

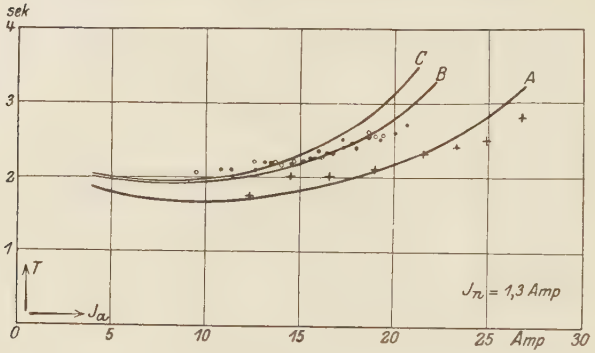

Fig. 32.

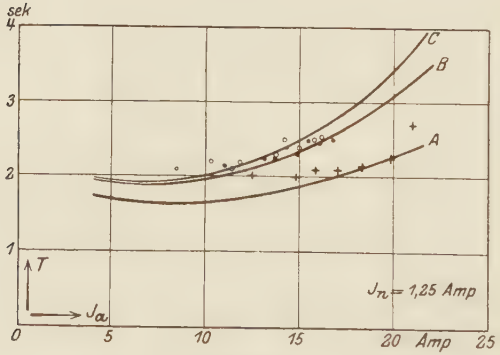

Fig. 33.

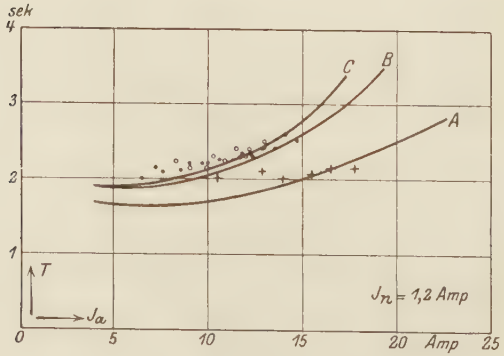

Fig. 34.

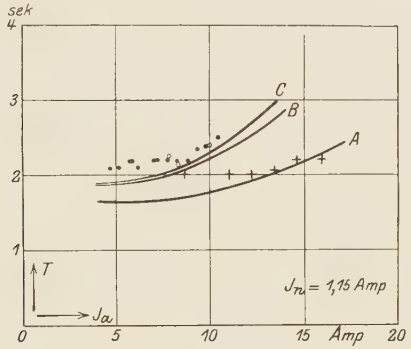

Fig. 35.

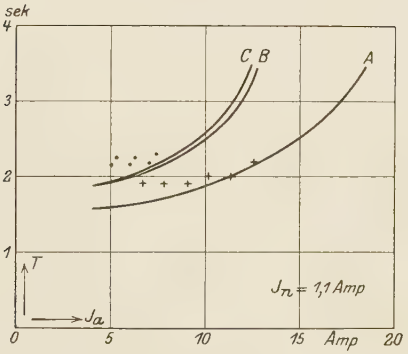

Fig. 36.

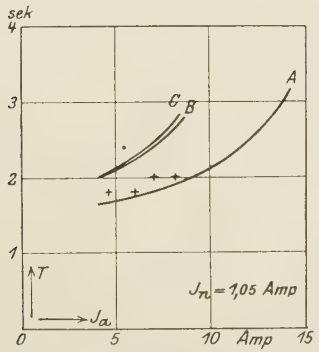

Fig. 37.

gungen der Tourenzahl durch einen Tachographen aufgeschrieben. Die Fig. 38 und 39 stellen solche Tachogramme dar. Man sieht aus ihnen zunächst, daß der Verlauf der Tourenzahl im allgemeinen mit dem durch Rechnung gefundenen übereinstimmt:

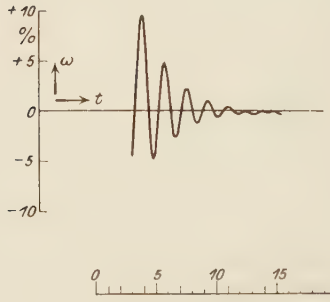

Fig. 38.

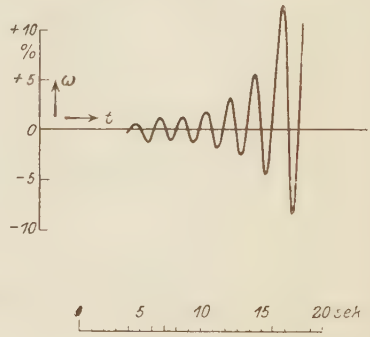

Fig. 39.

Die Kurven sind Sinuslinien, deren Amplituden nach einem Exponentialgesetz ab- oder zunehmen. Die Dämpfungskonstante p wurde nun dadurch gefunden, daß an diese Kurven die einhüllenden Exponentialkurven gelegt und die Subtangente dieser Exponentialkurven bestimmt wurde (siehe Fig. 3 und 4, S. 8).

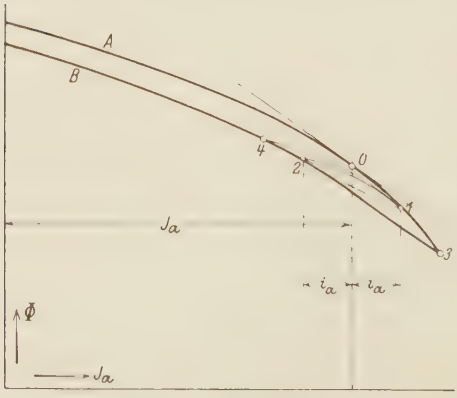

Fig. 40.

Die Schwingungsdauer T ist direkt aus den Tachogrammen abzulesen. Die so gefundenen Werte von p und T wurden nun ebenfalls in den Fig. 26—31 und 32—37 eingetragen; es sind die mit + bezeichneten Punkte.

Die beobachteten Werte der Dämpfungskonstanten p liegen, wie man aus diesen Kurven sieht, im allgemeinen unter den berechneten Werten; d. h. der Motor ist etwas stabiler als sich aus der Rechnung ergibt. Der Grund für diese Erscheinung ist

offenbar der folgende: In Fig. 40 möge die Kurve A das Feld als Funktion des Ankerstroms bei Zunahme des Ankerstroms, die Kurve B dasselbe bei Abnahme des Ankerstroms darstellen. Infolge der Hysteresis sind diese Kurven voneinander verschieden. Ändert sich nun der Strom von J_a ausgehend um i_a nach oben und unten, dann ändert sich das Feld nicht der Kurve A entsprechend, sondern etwa nach einer **Hysteresisschleife** mit den Endpunkten 1 und 2. Die Neigung der Geraden, die diese beiden Punkte verbindet, gegen die Abszissenachse ist aber geringer als die Neigung der Tangente an die Kurve A im Punkte 0, aus welcher $\varepsilon_{\varphi a}$ bestimmt wurde. Bei kleinen Schwingungen der erregenden AW ändert sich also das Feld nicht so stark, wie bei einer gleich großen AW-Änderung, der eine größere Änderung im gleichen Sinne schon vorhergegangen ist. Dies besagt aber, daß während des Pendelns $\varepsilon_{\varphi a}$ kleiner sein muß, als aus den Bremskurven zu entnehmen ist, und daß deshalb die Pendelungen stärker gedämpft sein müssen als es der Vorausberechnung entspricht. Bei größerer Amplitude der Schwingungen (Hysteresisschleife 3—4) ist der Einfluß der Hysteresis schon nicht mehr so bedeutend, die Neigung der Geraden durch die Punkte 3—4 unterscheidet sich nicht mehr so viel von der Neigung der Tangente an die Kurve

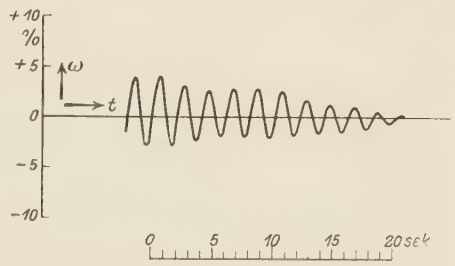

Fig. 41

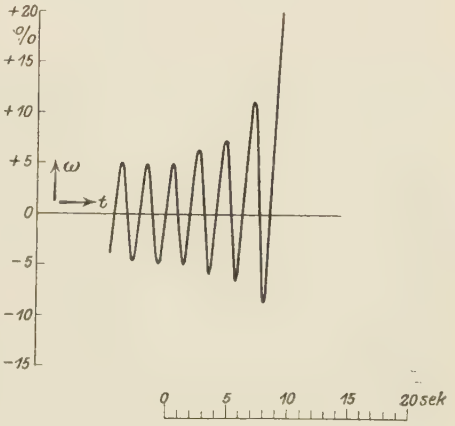

Fig. 42.

A im Punkte 0. Es muß also die Dämpfung der Pendelungen auch von der Amplitude abhängig und zwar bei größerer Amplitude geringer sein. Dies wurde auch tatsächlich mehrmals beobachtet; so zeigen z. B. die Fig. 41 und 42 zwei Pendelkurven, die unter sonst ganz gleichen Verhältnissen aufgenommen wurden und nur durch die anfängliche Amplitude der Schwingungen sich unterscheiden. Hier ist die durch einen schwächeren Stoß eingeleitete Pendelung (Fig. 41) eben noch gedämpft, während bei einem stärkeren einleitenden Stoß (Fig. 42) die Dämpfung schon negativ wurde.

Auch die beobachteten Werte der Schwingungsdauer T fallen nicht genau mit den vorausberechneten zusammen. Die Abweichungen lassen sich aber durch die bei der Berechnung vorgenommenen Vernachlässigungen erklären: In Formel 45 kommt nämlich noch ein Glied mit $\frac{J_c}{J_a}$ vor, welches bei positivem J_c (Überkommutierung) a_2 verkleinert, T also vergrößert, und bei negativem J_c (Unterkommutierung) a_2 vergrößert, also T verkleinert. Nun muß aber bei konstanter Bürstenstellung und Erregung bei stärkerer Belastung Unterkommutierung, bei geringerer Belastung Überkommutierung eintreten. Dadurch erklärt es sich, daß bei geringerer Belastung die beobachteten Werte von T über den berechneten liegen, bei größerer Belastung unter den berechneten. Bei stärkerer Erregung tritt natürlich die richtige Kommutierung bei etwas größerer Belastung ein als bei schwächerer Erregung. Auch dies zeigt sich an den beobachteten Werten der Schwingungsdauer: Der Punkt, wo die beobachteten Werte mit den berechneten zusammenfallen, liegt bei $J_n = 1{,}3$ Amp. ungefähr bei $J_a = 20$ Amp. und geht bei geringerer Erregung immer weiter herunter bis zu etwa $J_a = 10$ Amp. bei $J_n = 1{,}05$ Amp.

In Fig. 43 zeigt die Kurve A diejenigen Werte des Erregerstroms und Belastungsstroms, bei denen nach der Berechnung eben $p = 0$ werden, also die Grenze des stabilen Betriebs liegen soll. Die einzelnen Punkte dieser Kurve sind aus den Diagrammen 36 bis 31 entnommen. Zum Vergleich zeigt die Kurve A′ die Grenze des stabilen Betriebes nach den Beobachtungen. Ein stabiler Betrieb ist also nur innerhalb des schraffierten Gebietes möglich. Man sieht, daß der Motor um so stärker belastet werden kann,

je stärker sein Feld ist; bei einem Erregerstrom von ungefähr 1,0 Amp. fängt er schon im Leerlauf zu pendeln an.

Bei einer zweiten Versuchsreihe wurde der untersuchte Motor mit einer anderen Maschine gekuppelt und dadurch das Trägheitsmoment des rotierenden Teils auf 0,77 kgm² erhöht. Die mit B bezeichneten Kurven in den Fig. 26—37 zeigen die berechneten Werte von p und T für diese Versuchsreihe; die mit • bezeichneten Punkte sind die zugehörigen beobachteten Werte. Die Abweichungen der beobachteten Werte von den berechneten sind hier ganz dieselben wie bei der ersten Versuchsreihe.

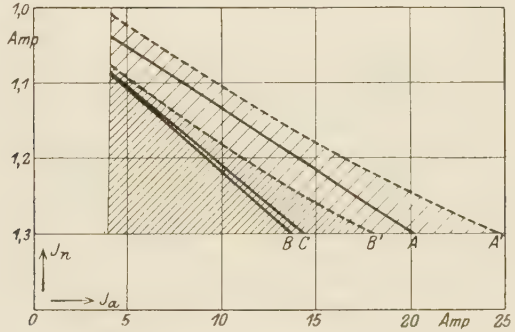

Fig. 43.

Um auch den Einfluß der Arbeitsmaschine (Gleichung 20) nachzuprüfen, wurde bei einer dritten Versuchsreihe der Motor nicht gebremst, sondern statt dessen die Dynamo, die auch bei der zweiten Versuchsreihe schon mit ihm gekuppelt war, auf einen Widerstand belastet. In diesem Fall ist das vom Motor verlangte Drehmoment der Tourenzahl proportional; es ist also in Formel 20 und 21 $n = 1$ zu setzen. Die so berechneten Werte von p und T zeigen die Kurven C der Fig. 26—37; die zugehörigen beobachteten Werte sind dargestellt durch die mit ∘ bezeichneten Punkte. Die Abweichung der Kurven C von den Kurven B ist außerordentlich gering; bei der geringen Genauigkeit der Bestimmung von p aus den Subtangenten der einhüllenden Kurven ist es also nicht zu verwundern, daß bei den beobachteten Werten dieser Unterschied überhaupt nicht zu erkennen ist.

Auch für diese beiden Versuchsreihen wurde die Grenze des stabilen Betriebes ($p = 0$) in Fig. 43 eingetragen; die mit B

und C bezeichneten Kurven entsprechen den berechneten Werten, die mit B′ bezeichnete Kurve den beobachteten Werten. Stabiler Betrieb ist bei diesem vergrößerten Trägheitsmoment nach den Beobachtungen nur möglich innerhalb des enger schraffierten Gebietes.

Bei allen diesen Versuchen standen die Bürsten in der von der Fabrik als normal angegebenen Stellung (aus der neutralen Zone um ungefähr 1 Lamellenteilung = 4^0 zurückverschoben). Bei einer vierten Versuchsreihe wurde nun die Bürstenstellung

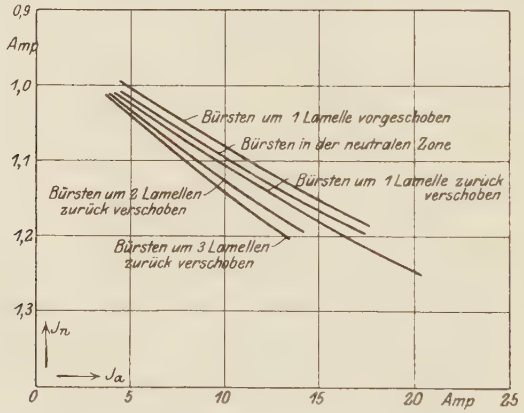

Fig. 44

verändert, und zwar um eine und zwei Lamellenteilungen nach vorwärts und rückwärts. Bei allen diesen Bürstenstellungen wurden Pendelungen bei verschiedenen Erregerströmen und Belastungsströmen beobachtet, und aus diesen Beobachtungen wieder die Grenzkurve des stabilen Betriebes konstruiert. Fig. 44 zeigt diese Kurven. Es geht aus ihnen hervor, daß mit Bürstenverschiebung nach rückwärts das Gebiet des stabilen Betriebes immer kleiner, oder bei gleicher Erregung und Belastung die Pendelgefahr immer größer wird, wie auch früher schon aus Ungleichung 13 geschlossen worden war (siehe S. 12).

2. Versuche an einem Wendepolmotor.

Diese Versuche wurden an einem 4 poligen Nebenschlußmotor der E. A. G. Ernst Heinrich Geist für 220 Volt, 8 PS,

32 Amp., 1100 Touren durchgeführt. Auch dieser Motor war an sich stabil; erst bei sehr stark geschwächtem Feld (bei ungefähr 1850 Touren) wurden an ihm ungedämpfte Pendelungen beobachtet. Um auch bei normaler Tourenzahl mehr in das Gebiet der schwach gedämpften Pendelungen zu kommen, wurde daher auch dieser Motor mit einer Gegenkompoundwicklung versehen, die bei voller Belastung ungefähr 12 % der AW der Nebenschlußwicklung kompensierte.

Die Ergebnisse der an diesem Motor angestellten Versuche weichen in zwei Punkten wesentlich von den Beobachtungen am frei kommutierenden Motor ab.

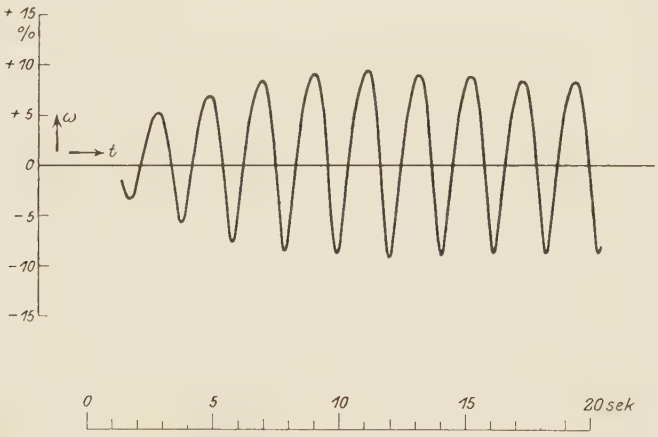

Fig. 45.

Vor allem wurden nämlich bei diesem Wendepolmotor auch bei sehr schwacher Erregung niemals Pendelungen beobachtet, deren Amplituden dauernd zunahmen; an die Stelle dieser negativ gedämpften Pendelungen traten vielmehr solche, bei denen die Amplituden nur bis zu einer gewissen Grenze zunahmen, von da ab aber konstant blieben. Fig. 45 zeigt das Tachogramm einer solchen Pendelung.

Die Ursache für diese Erscheinung ist offenbar in der Sättigung der Wendepole zu suchen, wie aus folgendem hervorgeht: Die in Fig. 46 gezeichnete Kurve sei die magnetische Charakteristik der Wendepole (Kommutierungsfeld Φ_c als Funktion des Anker-

stroms J_a). Nach dieser Kurve entspricht einer Änderung des Ankerstromes um i_{a1} (ausgehend von J_a) eine Änderung des Kommutierungsfeldes um φ'_{c1} bzw. φ''_{c1}. Das Verhältnis beider Änderungen $c'_{a1} = \frac{\varphi'_{c1} + \varphi''_{c1}}{2\, i_{a1}}$ ist gegeben durch die Tangente des Winkels α_1. Wird nun bei gleichem Mittelwert des Ankerstroms J_a die Amplitude der Schwingungen größer, sind etwa

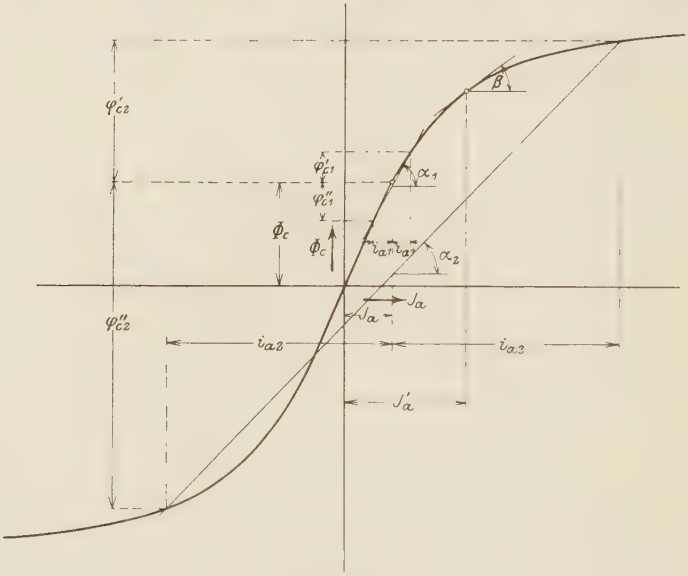

Fig. 46.

die Abweichungen vom Mittelwert anstatt i_{a1} jetzt i_{a2}, dann ändert sich das Kommutierungsfeld nicht mehr proportional dem Ankerstrom, sondern langsamer; nach der Figur werden die Änderungen des Kommutierungsfeldes jetzt φ'_{c2} bzw. φ''_{c2}. Das Verhältnis der Änderung des Kommutierungsfeldes zur Änderung des Ankerstromes: $c'_{a2} = \frac{\varphi'_{c2} + \varphi''_{c2}}{2\, i_{a2}}$ (gegeben durch die Tangente des Winkels α_2) ist jetzt offenbar kleiner als es bei kleinerer Amplitude war. Eine Verkleinerung von c'_a bzw. ε'_a bedingt aber nach Gleichung 42 eine Verkleinerung von $\varepsilon_{\varphi ac}$ und damit nach Gleichung 44 eine Vergrößerung der Konstanten a_1. Es

ist also besonders bei stark gesättigten Wendepolen sehr wohl möglich, daß bei Pendelungen geringer Amplitude a_1 negativ ist, so daß die Amplitude zunimmt; und daß dann bei wachsender Amplitude $\varepsilon_{\varphi ac}$ immer kleiner und dadurch a_1 immer größer wird, bis der Punkt erreicht ist, wo $a_1 = 0$ wird, wo also die Amplitude der Schwingungen nicht weiter zunehmen kann.

Es sei bemerkt, daß bei dem untersuchten Motor nach Angaben der Firma Geist die Induktion in den Wendepolen bei normalem Ankerstrom (32 Amp.) 9200 CGS. beträgt. Da bei den beobachteten stationären Pendelungen der Ankerstrom in einigen Fällen auf 80 –100 Amp. stieg, so ist es erklärlich, daß hier der Einfluß der Wendepolsättigung schon sehr erheblich war Man kann etwa annehmen, daß dadurch ε'_a von 1,0 auf 0,5 herabgedrückt wurde. Die hierdurch verursachte Änderung von $\bar{\varepsilon}_{\varphi ac}$ ist aber nach Gleichung 42

$$= 0{,}5 \cdot \bar{\varepsilon}_{\varphi c} \cdot \frac{J_{c0}}{J_a} =$$

$$= 0{,}5 \cdot \varepsilon_{\varphi n} \frac{AW_a \dfrac{(J_a)_{normal}}{J_a}}{AW_m} \cdot \frac{b_k}{t_{pk}} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{E}{E_b} \cdot \frac{b_k}{t_{pk}} \cdot \frac{H_{ci}}{\alpha H}.$$

Nun ist bei dem untersuchten Motor $b_k/t_{pk} = 0{,}102$ und $\frac{E}{E_b} = \sim 250$. In dem Fall, auf den sich das in Fig. 45 wiedergegebene Tachogramm bezieht, war ferner $AW_a \frac{(J_a)_{normal}}{J_a} = 1{,}0 \cdot AW_m$, $\alpha H = 3520$, H_{ci} schätzungsweise $= 1250$ und $\varepsilon_{\varphi n} = 0{,}72$. Hieraus folgt $\bar{\varepsilon}_{\varphi c} = 0{,}073$ und $\frac{J_{c0}}{J_a} = 1{,}5$. Wenn ε'_a von 1 auf 0,5 herabgeht, dann würde sich danach $\bar{\varepsilon}_{\varphi ac}$ um 5,5 % ändern. In dem betrachteten Fall war bei kleinen Schwingungen $\bar{\varepsilon}_{\varphi ac} = 0{,}26$ (aus Bremskurven entnommen) und $\varepsilon_{ea} = 0{,}11$, also $\bar{\varepsilon}_{ea} - \bar{\varepsilon}_{\varphi ac} = -0{,}15$. Dieser Wert würde bei Schwingungen großer Amplitude auf ungefähr $-0{,}095$ heruntergehen können; es ist danach nicht überraschend, daß der Einfluß der Wendepolsättigung genügt, um in allen beobachteten Fällen die Schwingungen von einer gewissen Amplitude an in stationäre zu verwandeln. Bei Motoren mit weniger gesättigten Wendepolen wird

natürlich diese Erscheinung erst bei verhältnismäßig viel größeren Stromstärken eintreten.

Der zweite wesentliche Unterschied zwischen den Beobachtungen am Wendepolmotor und denen am frei kommutierenden

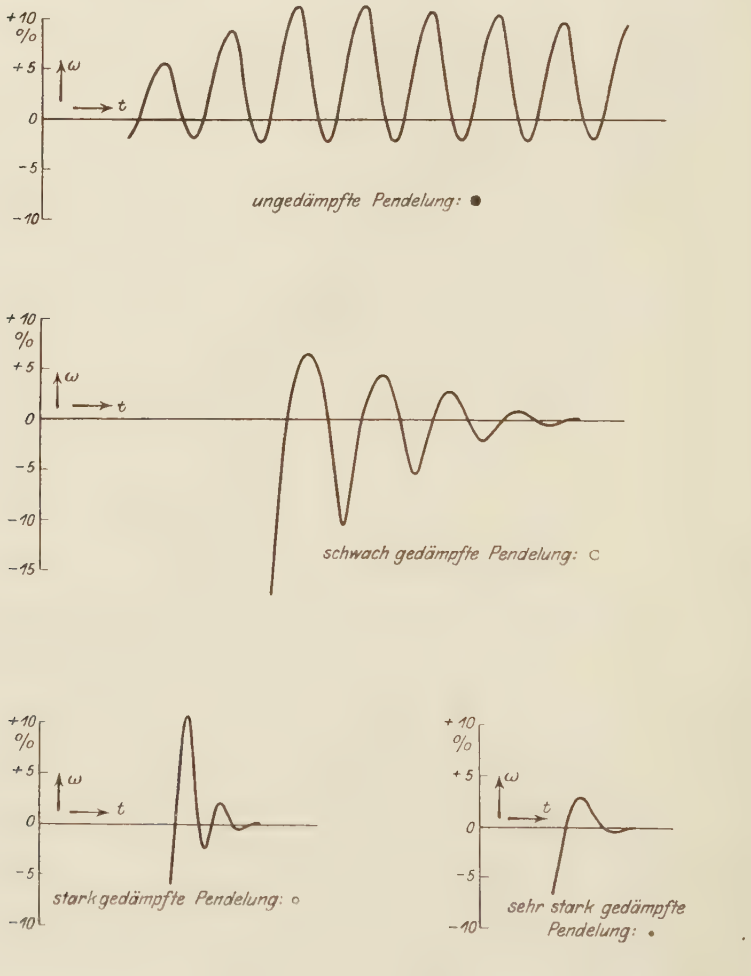

Fig. 47.

Motor ist der, daß beim Wendepolmotor mit steigender Belastung die Dämpfung nicht immer schwächer wurde, sondern daß bei hohen Belastungen die Pendelungen wieder stärker gedämpft waren. Die geringste Dämpfung trat ungefähr bei der Hälfte der normalen Belastung ein. Auch diese Erscheinung läßt sich durch die Sättigung der Wendepole erklären: Bei einem größeren Belastungsstrom (J'_a in Fig. 46) ändert sich das Kommutierungsfeld auch schon bei kleiner Amplitude der Schwingungen viel weniger als bei geringerer Belastung. Die Änderung des Kommutierungsfeldes mit dem Ankerstrom ist jetzt gegeben durch die Tangente des Winkels β in Fig. 46. — Bei anderen Motoren mit geringerer Sättigung der Wendepole dürfte freilich diese Erscheinung wohl nicht zu beobachten sein, wenn man nicht bis zu Belastungen geht, die wesentlich über der normalen liegen.

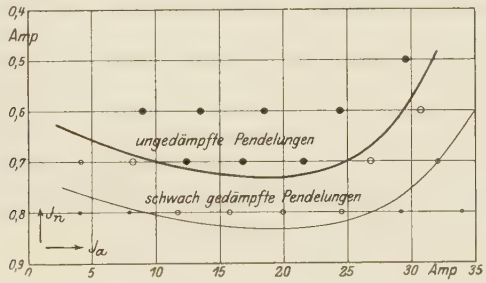

Fig. 48.

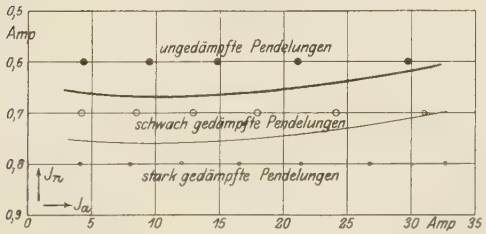

Fig. 49.

Fig. 48 zeigt, bei welchen Erregungs- und Belastungsströmen bei dem untersuchten Wendepolmotor stationäre Schwingungen beobachtet wurden. In dieser und in den folgenden Figuren sind stationäre Schwingungen mit • bezeichnet, schwach gedämpfte

mit °, stärker gedämpfte mit ° und •. Fig. 47 zeigt, welche Schwingungen dabei als „schwach" und „stark" gedämpft bezeichnet wurden.

Bei einer zweiten Versuchsreihe wurden die Bürsten um ungefähr eine Lamellenteilung (3,6°) zurückverschoben. Fig. 49 zeigt die Resultate dieser Versuchsreihe. Es wurde schon früher gezeigt (S. 48), daß in diesem Fall die Gegen-AW und das jetzt dem Hauptfeld zuzurechnende Wendepolfeld eine Erhöhung der Pendelgefahr veranlassen, die Kommutierungsströme jedoch eine Verringerung der Pendelgefahr (infolge Verkleinerung von ε'_a). Bei großen Belastungen ist, wie oben gezeigt, ε'_a an sich klein; es kann also auch durch die Bürstenverschiebung nicht so viel abnehmen wie bei kleiner Belastung. Es ist daher zu erwarten, daß bei großen Belastungen eher der Einfluß der Gegen-AW überwiegen wird, bei kleinen Belastungen eher der Einfluß der Kommutierungsströme. Dies zeigen auch tatsächlich die Versuchsresultate: Das Gebiet der ungedämpften Pendelungen ist im ganzen nahezu dasselbe geblieben wie bei normaler Bürstenstellung, aber die Verringerung der Pendelgefahr bei sehr starker Belastung fällt jetzt fort; der Motor verhält sich also in dieser Beziehung jetzt mehr wie ein frei kommutierender Motor.

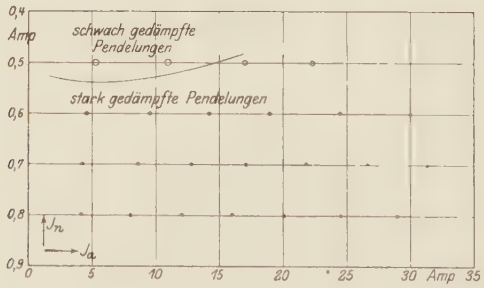

Fig. 50.

Bei Bürstenverschiebung nach vorwärts muß dagegen, wie aus dem früher (S. 49) gesagten hervorgeht, unter allen Umständen die Pendelgefahr abnehmen. Fig. 50 zeigt die Resultate einer Versuchsreihe, bei der die Bürsten um 1 Lamelle nach vorwärts verschoben waren. Man sieht, daß hier tatsächlich eine sehr starke Vergrößerung der Dämpfung eingetreten ist; unge-

dämpfte Schwingungen wurden bei dieser Bürstenstellung überhaupt nicht beobachtet.

Um einen direkten Vergleich eines Wendepolmotors und eines frei kommutierenden Motors zu erhalten, wurde endlich noch eine Versuchsreihe aufgenommen, bei der die Wendepole fremd erregt waren. Durch Vorschalten eines sehr großen Widerstandes (etwa das 50fache des Widerstandes der Wendepolwicklung) wurde erreicht, daß der Wendepolstrom während des Pendelns sehr genau konstant blieb. In diesem Falle bewirkt eine Zunahme des Ankerstromes eine Abnahme des Kommutierungsfeldes, ähnlich wie bei einer frei kommutierenden Maschine, nur allerdings in noch verstärktem Maße. Das Ergebnis der Versuche war denn auch überraschend: die Pendelungen waren nicht etwa nur stärker gedämpft als bei Hintereinanderschaltung von Anker und Wendepolen; es stellte sich vielmehr in allen beobachteten Fällen, auch bei einer Erregung von nur 0,4 Amp. (Tourenzahl ungefähr 2000) der stationäre Zustand nach jeder Störung aperiodisch wieder her. Diese außerordentlich starke Wirkung der Kommutierungsströme macht es wahrscheinlich, daß auch bei Entfernung der Wendepole, also bei geringerem Einfluß des Ankerstromes auf das Kommutierungsfeld, wenigstens eine sehr starke Dämpfung der Schwingungen hätte eintreten müssen.

Verzeichnis der Bezeichnungen.

a eine skalare Größe.
a halbe Zahl der parallelen Stromzweige im Anker.
$\mathfrak{a}$ ein Vektor.
a_1, a_2, a_3 Koeffizienten in linearen Differentialgleichungen; speziell
a_1 Koeffizient des Dämpfungsgliedes } in linearen Differential-
a_2 Koeffizient des Schwingungsgliedes } gleichungen zweiter Ordnung
AW_a Amperewindungen der Ankerwicklung.
AW_m Amperewindungen der Magnetwicklung.
b Zahl der Drähte pro Spule in der Ankerwicklung.
b_k Bürstenbreite (tangential).
c ein Proportionalitätsfaktor.
$-c_a$ Einfluß des Ankerstromes auf das Hauptfeld.
c'_a Einfluß des Ankerstromes auf das Kommutierungsfeld.
$c'_{a\,i}$ Einfluß des Ankerstromes auf das ideale Kommutierungsfeld.
$-c_c$ Einfluß des Kommutierungsstromes auf das Hauptfeld.
c_n Einfluß des Nebenschlußstromes auf das Hauptfeld.
c'_n Einfluß des Nebenschlußstromes auf das Kommutierungsfeld.
D das vom Motor entwickelte Drehmoment bei stationärem Betrieb.
d die Abweichung hiervon während des Pendelns.
D_c das Drehmoment der Kommutierungsströme bei stationärem Betrieb.
d_c die Abweichung hiervon während des Pendelns.
$e = 2{,}718.$
e die in einer kommutierenden Spule induzierte Spannung.
e_r Reaktanzspannung in einer kommutierenden Spule.
E elektromotorische Kraft des Motors.
E_b Spannungsabfall an einer Bürste.
H_c Feldstärke des Kommutierungsfeldes.
$H_{c\,i}$ Feldstärke des idealen Kommutierungsfeldes.
$i = \sqrt{-1}.$
j ein symbolischer Faktor, der einen Vektor um 90^0 zurückdreht.
J_a Ankerstrom bei stationärem Betrieb.
i_a Abweichung hiervon während des Pendelns.

i_{a0} Maximalwert dieser Abweichung.
$J_{a\,g}$ Ankerstrom des angetriebenen Generators bei stationärem Betrieb.
$i_{a\,g}$ Abweichung hiervon während des Pendelns.
J_c ideeller Kommutierungsstrom bei stationärem Betrieb.
i_c Abweichung hiervon während des Pendelns.
J_{c0} ideeller Kommutierungsstrom bei Kommutierung im Felde Null
J_n Nebenschlußstrom bei stationärem Betrieb.
i_n Abweichung hiervon während des Pendelns.
i_{n0} Maximalwert dieser Abweichung.
J_x Strom in der Spule x.
J_z zusätzlicher Kommutierungsstrom in einer Spule.
k Wicklungskonstante: $k = \frac{s\,b\,p}{2\,a\,\pi}$.
k_g Wicklungskonstante des angetriebenen Generators.
L Ankereisenlänge.
l_k Kommutatorschleiflänge.
L_a Induktanz der Ankerwicklung.
L_n Induktanz der Nebenschlußwicklung.
n die Potenz der Umdrehungszahl, welcher das vom Motor verlangte Drehmoment proportional ist.
p Polpaarzahl.
p Dämpfungsfaktor.
$q = 2\,\pi\,\nu_p$ Schwingungsfaktor.
$r = p + i\,q$.
r_a Widerstand des Ankerstromkreises.
$r_{a\,g}$ Ankerwiderstand des angetriebenen Generators.
r_n Widerstand des Nebenschlußstromkreises.
R_b Widerstand sämtlicher positiver Bürstenreihen.
s Zahl der Elemente der Ankerwicklung.
$\frac{s}{c}$ Zahl der Kommutatorlamellen.
t die Zeit.
T Schwingungsdauer der Pendelungen.
T_m mechanische Zeitkonstante (Anlaufzeit).
$\overline{T}_m = T_m \cdot \frac{J_a}{(J_a)_{normal}}$.
T_n Zeitkonstante der Erregerwicklung.
$T_{n\,c}$ Zeitkonstante der Erregerwicklung unter Berücksichtigung der Kommutierungsströme.
T_k Dauer der Kommutierung.
t_k Lamellenteilung am Kommutator.
U_x Potentialdifferenz zwischen Bürste und Lamelle x.
v_a Ankerumfangsgeschwindigkeit.

v_k Kommutatorumfangsgeschwindigkeit.
V_L Leerlaufverluste.
$\mathfrak{w}_c$ Windungszahl der Kompoundwicklung pro Pol.
w_c effektive Zahl der Verkettungen zwischen Ankerwicklung (einschließlich Kompoundwicklung) und Feld Φ.
$\mathfrak{w}_n$ Windungszahl der Nebenschlußwicklung pro Pol.
w_n effektive Zahl der Verkettungen zwischen Nebenschlußwicklung und Feld Φ.
x Abstand eines Punktes am Kommutator von der auflaufenden Kante (in Lamellenteilungen).
α, α_1, α_2, α_n, β = Winkelgrößen.
β_0 Winkel zwischen Netzvektor und Maschinenvektor der angetriebenen Synchronmaschine bei stationärem Betrieb.
β Abweichung hiervon während des Pendelns.
Δ_a Spannung am Ankerstromkreis.
Δ_g Spannung des angetriebenen Gleichstromgenerators.
Δ_n Spannung am Nebenschlußstromkreis.
ε_{ea} relativer Spannungsverlust durch den Ohmschen Widerstand des Ankers.
ε_{eag} relativer Spannungsverlust beim angetriebenen Generator.
$\varepsilon_{\varphi a}$ relativer Einfluß des Ankerstroms auf das Hauptfeld.
$\varepsilon_{\varphi ac}$ derselbe unter Berücksichtigung der Kommutierungsströme.
$\varepsilon_{\varphi n}$ relativer Einfluß des Nebenschlußstroms auf das Hauptfeld.
$\varepsilon_{\varphi nc}$ derselbe unter Berücksichtigung der Kommutierungsströme.
$\varepsilon_{\varphi c}$ relativer Einfluß des Kommutierungsstromes auf das Hauptfeld.
ε_a' relativer Einfluß des Ankerstroms auf das Kommutierungsfeld.
ε_n' relativer Einfluß des Nebenschlußstroms auf das Kommutierungsfeld.

$$\varepsilon_{ea} = \varepsilon_{ea} \frac{(J_a)_{normal}}{J_a}.$$

$$\bar{\varepsilon}_{\varphi a} = \varepsilon_{\varphi a} \frac{(J_a)_{normal}}{J_a}$$

$$\varepsilon_{\varphi ac} = \varepsilon_{\varphi ac} \frac{(J_a)_{normal}}{J_a}$$

$$\bar{\varepsilon}_{\varphi c} = \varepsilon_{\varphi c} \frac{(J_a)_{normal}}{J_a}$$

ε_ω relative Änderung der Tourenzahl mit dem Drehmoment.
Θ Trägheitsmoment der rotierenden Teile.
ν Periodenzahl der Ankerummagnetisierung pro Sekunde.
ν_p Periodenzahl der Pendelungen pro Sekunde.
ν_{p0} Periodenzahl ungedämpfter Pendelungen pro Sekunde.

ρ	spezifischer Widerstand der Bürstenübergangsfläche.
σ	Streuungskoeffizient.
Φ	Feld eines Poles bei schwingungsfreiem Betrieb.
φ	Abweichung hiervon während des Pendelns.
φ_0	Maximalwert dieser Abweichung.
Φ_g	Feld des angetriebenen Generators.
Φ_c	Kommutierungsfeld bei stationärem Betrieb.
φ_c	Abweichung hiervon während des Pendelns.
Φ_{ci}	ideales Kommutierungsfeld bei stationärem Betrieb.
φ_{ci}	Abweichung hiervon während des Pendelns.
Ω	Winkelgeschwindigkeit bei stationärem Betrieb.
ω	Abweichung hiervon während des Pendelns.
ω_0	Maximalwert dieser Abweichung.
Ω_0	Winkelgeschwindigkeit bei Leerlauf.

Druck der Universitäts-Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke)
Berlin und Fürstenwalde (Spree).